

## **3. PREDVIĐANJE**

(Iz knjige: M. Vujošević, Operativni menadžment – kvantitativne metode, DOPIS, Beograd, 1997)

### **3.1. Značenje predviđanja**

- 3.1.1. Šta je prognoza
- 3.1.2. Zašto firme prognoziraju
- 3.1.3. Sistem predviđanja
- 3.1.4. Troškovi prognoze
- 3.1.5. Klasifikacija metoda predviđanja

### **3.2. Kvalitativne metode**

- 3.2.1. Mišljenje stručnjaka
- 3.2.2. Okrugli sto
- 3.2.3. Delfi tehnika
- 3.2.4. Uzbunjivanje mozgova

### **3.3. Analiza vremenskog niza**

- 3.3.1. Komponente vremenskog niza
- 3.3.2. Merenje greške prognoze
- 3.3.3. Poslednji period
- 3.3.4. Aritmetička sredina
- 3.3.5. Pokretna sredina
- 3.3.6. Eksponencijalno izgladivanje
- 3.3.7. Eksponencijalno izgladivanje sa korekcijom trenda
- 3.3.8. Eksponencijalno izgladivanje sa korekcijom sezone
- 3.3.9. Eksponencijalno izgladivanje sa korekcijama trenda i sezone
- 3.3.10. Analiza trenda regresionom linijom
- 3.3.11. ARMA, ARIMA i novije tehnike

### **3.4. Ekonomski indikatori i ekonometrija**

U svakoj organizaciji se, bili toga svesni ili ne, prave pretpostavke ili predviđanja o tome šta će se desiti u budućnosti. Kada se to ne bi radilo, bilo bi manje osnova za racionalne akcije koje se trenutno izvode. Što bolje predvidimo budućnost, naše tekuće odluke mogu biti više usmerene ka cilju.

Predviđanje je proces kojim se grade pretpostavke ili procene o budućim događajima koji su po pravilu nepoznati i neizvesni. Sam rezultat procesa predviđanja obično se naziva *prognoza*. Pojmovi predviđanje i prognoziranje se u ovom tekstu koriste kao sinonimi mada ima autora koji insistiraju na razlikama između njih.

U tekstu što sledi problemi predviđanja će se, kada je to potrebno radi jednostavnosti izražavanja, odnositi na prognozu tražnje. Metodologija koja se opisuje ima opšti karakter i nije ograničena samo na tražnju.

Veličine koje se prognoziraju mogu imati komponente koje su pod kontrolom i one koje to nisu. Potpuno slučajna promenljiva je ona koja nije pod kontrolom. Mada se misli da su mnoge promenljive slučajne, neke od njih nisu, ili su to samo delimično. Prodaja, na primer, funkcija je kontrolabilnih promenljivih (reklama, nivoi zaliha) i nekontrolabilnih (konkurencija, troškovi sirovina).

Ne treba se nadati da će bilo koja tehnika prognoziranja predvideti vrednost slučajnih komponenata nekontrolabilne promenljive. Metodologije prognoziranja pokušavaju da otkriju obrazac za slučajne komponente na osnovu njihovih ponašanja u prošlosti. Na taj način prognoza je projekcija prošlosti na budućnost pomoću relacija koje po pravilu nisu slučajne i koje su važile u prošlosti.

## 3. PREDVIĐANJE

### 3.1. Značenje predviđanja

#### 3.1.1. Šta je prognoza

Prognoze su procene o pojavljivanju neizvesnih budućih događaja ili nivoa aktivnosti. One se obično bave utvrđivanjem vremena, intenziteta i efekata događaja koji su van neposredne kontrole, odnosno događaja na koje organizacija ne može direktno uticati, ali su veoma značajni za njeno funkcionisanje. Tražnja, potrošnja, obim proizvodnje, cene faktora proizvodnje, tečajevi valuta i slično, karakteristične su veličine koje su uglavnom predmet predviđanja u preduzeću.

Znanje o stanju i tendencijama razvoja tehnologije koju firma koristi, takođe je od velikog značaja. Zato posebnu grupu problema predviđanja čine tehnološke prognoze koje se odnose na procene tehničko-tehnoloških faktora bitnih za poslovanje organizacije. Kada je u pitanju planiranje tehnološkog razvoja, prognoza treba da uključi realističnu procenu resursa firme i njenih sposobnosti da izdrži konkurenciju na tržištu.

Prognoza uvek uključuje u sebe i određenu grešku koja je po pravilu veća ako je period planiranja duži. Plan se pravi u uslovima manje ili veće neizvesnosti, a realizuje se u uslovima koji vrlo retko u potpunosti odgovaraju postavljenim prognozama. Najmanje je neizvesno da će događaji u budućnosti odstupiti od prognoze.

#### 3.1.2. Zašto firme prognoziraju

Prognoze igraju ključnu ulogu u operativnom menadžmentu. One su osnova za racionalno odlučivanje koje je neophodno organizacijama koje se nalaze u konkurentskom i neizvesnom okruženju.

Dobra prognoza je preduslov dobrom planu i dobrim odlukama. Realizacija plana donesenog na osnovu prognoza koje se pokažu pogrešnim može imati katastrofalne posledice po organizaciju. Valjanost odluka se u praksi ne ocenjuje samo na osnovu toga koliko su zasnovane na racionalnim analizama, već prevashodno na osnovu toga koliko dobro odgovaraju na stanja okoline.

Od dobre prognoze se u organizaciji mogu očekivati sledeći pozitivni efekti:

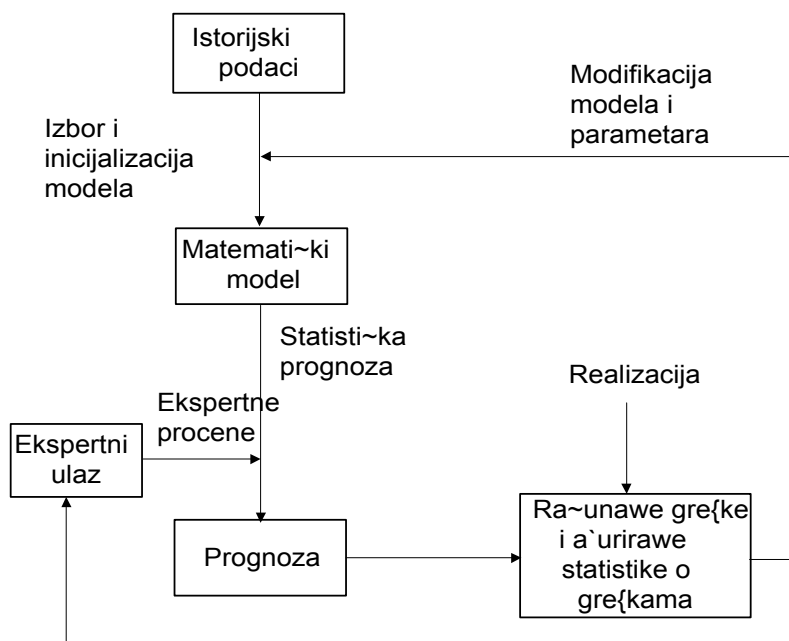
- \* Poboljšani odnosi između zaposlenih
- \* Poboljšano rukovanje materijalom
- \* Bolje korišćenje kapitala i sredstava za rad
- \* Poboljšana usluga mušterijama.

Prognoze su potrebne na svim nivoima upravljanja, od radnog mesta gde se prognoziraju i planiraju resursi neophodni za ispunjenje plana, preko službe za nabavku koja treba da u prvom trenutku obezbedi sve što je potrebno za odvijanje procesa proizvodnje, do generalnog menadžmenta koji bi trebalo da vodi računa o dugoročnim i kratkoročnim dešavanjima na tržištu koja su bitna za poslovanje organizacije.

U nekim firmama se puno radi na dobijanju što boljih prognoza o relevantnim veličinama, a u drugim skoro nimalo. Svaka organizacija ipak svoje odluke donosi na osnovu prognoze. Organizacije koje se ne bave mnogo predviđanjima, implicitno pretpostavljaju da će se ono što se dešavalo u prošlosti na isti način nastaviti i u budućnosti.

### 3.1.3. Sistem predviđanja

Prognoza treba da bude kombinacija statističkog prognoziranja i ekspertnog prosuđivanja o događajima koji će uslediti. Statističko prognoziranje se oslanja na istorijske podatke u prethodnim periodima i odgovarajuće matematičke modele. Ekspertno prosuđivanje se takođe oslanja na iskustvo, ali i na informacije o promenama koje su se već desile ili se pretpostavlja da će se skoro desiti, a koje ne postoje u istorijskim podacima. Shema sistema prognoziranja koji zadovoljava ove zahteve prikazana je na slici 3.1.



Slika 3.1. Sistem predviđanja u preduzeću

U skladu sa shemom sistema prognoziranja na slici 3.1. može se zaključiti da bi u slučaju kvantitativnih analiza i prognoza dobar sistem prognoziranja trebalo da obezbedi:

Procenu očekivanja (npr. za potrošnju u naturalnim jedinicama za kratak rok ili u novčanim jedinicama, za duži period).

Procenu verovatnog opsega stvarne potrošnje oko očekivane vrednosti, procenu greške prognoze.

Pravovremenost - prognozu treba obezbediti dovoljno pre nego što se donese odluka.

Periodično ažuriranje prognoza tako da se mogu izvršiti revizije donesenih odluka.

Balans između troškova usled napravljene greške u prognozi i troškova generisanja prognoze.

Uključenje prosuđivanja čoveka - eksperta da bi se prevazišle mehaničke prognoze.

Robustnost, tj. prognoze koje nisu preterano osetljive na faktore koji su van kontrole.

Pri razradi sistema prognoziranja u preduzeću treba uzeti u obzir:

- \* Ko je zadužen i ko sve može da doprinese dobroj prognozi.
- \* Koliko troškova je dozvoljeno za pravljenje prognoze.

- \* Raspoloživost računarskih resursa i podataka.
- \* Namena prognoze, uključujući vreme kada je potrebna i tačnost.
- \* Raspoloživost istorijskih i tekućih podataka.
- \* Sposobnost donosioca odluke da se bavi sa sofisticiranim statističkim ili drugim racionalnim pristupima.

Sistem prognoziranja se može posmatrati i kao proces kojim se raspoložive ulazne informacije transformišu u željenu prognozu. Ulazi u sistem mogu biti veoma različiti. Oni se odnose na ekonomsko, političko, društveno i pravno okruženje koje ima veliki uticaj na savremeno poslovanje. Da li se ekonomija nalazi u recesiji ili razvoju, kolika je inflacija, da li prete socijalni nemiri, da li se spremaju novi porezi ili sledi ukidanje nekih postojećih, da li postoje pretnje ratom ili vojnim udarom, da li vlada priprema podsticajne mere i programe, preta li nestašica energenata, da li se očekuju vremenski ekstremi (vrućina, hladnoća, suša), - to je samo deo pitanja čiji odgovori mogu da neposredno utiču na prognozu i poslovanje preduzeća.

Neke od informacija koje su ulaz u proces prognoziranja moguće je pronaći u statističkim podacima. Ostale treba tražiti u podacima iz novina, časopisa, stručnih publikacija, baza podataka, sa radija i televizije. Velike organizacije po pravilu imaju veze i uticaje u političkim krugovima gde postoje i odakle se mogu dobiti važne informacije. One, naravno, pokušavaju i obično mogu da utiču i na buduće odluke vlade u domenu ekonomske politike.

#### 3.1.4. Troškovi prognoze

Proces predviđanja kao i svaka aktivnost koja se odvija u organizaciji, košta. Troškovi se stvaraju tokom sakupljanja informacija, u njihovoj obradi, pri prezentiranju i tumačenju rezultata. Čitav posao predviđanja se preduzima uz pretpostavku da informacija dobijena kao rezultat procesa predviđanja ima vrednost. Aktivnosti u ovom poslu treba da budu na nivou kojim se obezbeđuje da očekivana vrednost prognoze bude veća od troškova predviđanja, a u najgorem slučaju jednaka njima.

U skladu sa analizama iz prethodne glave može se zaključiti da se optimalni nivo aktivnosti ostvaruje kada su marginalni troškovi prognoze jednaki marginalnoj vrednosti prognoze.

#### 3.1.5. Klasifikacija metoda predviđanja

Postoji više osnova za klasifikaciju problema i metoda predviđanja. Metodu predviđanja treba prilagoditi problemu. Jedna metoda može biti efikasna za jednu vrstu problema i sasvim neefikasna za drugu. Realni problemi, kao što je već rečeno, obično zahtevaju istovremeno korišćenje različitih metoda predviđanja.

U odnosu na vremenski period za koji se rade, prognoze se dele na

- kratkoročne
- srednjoročne i

- dugoročne.

Šta je to kratak, šta srednji, a šta dug rok, zavisi od konkretne situacije, odnosno od konkretne veličine. U poslovanju je obično kratak rok reda veličine nekoliko dana, nedelja i meseci, srednji rok reda veličine meseci i godine, a dugačak rok reda veličine godina i više godina. U upravljanju elektroenergetskim sistemom, npr. kratkoročna prognoza potrošnje je satna i dnevna potrošnja.

Prema tome koje informacije se za proces predviđanja koriste kao ulaz i izlaz i kako se obrađuju, sve metode predviđanja je moguće klasifikovati u dve velike grupe

- \* kvalitativne metode
- \* kvantitativne metode.

**Kvalitativne** metode se zasnivaju na procenama i mišljenjima stručnjaka. Kvalitativna prognoza može biti opisna, iskazana rečima, ili brojčana. Obrazloženja prognoze zavise od znanja stručnjaka koji ih daje kao i od njegovih verovanja i ubeđenja. Nije izvesno da će dva eksperta, jednakog ugleda, po istom pitanju dati istovetnu kvalitativnu prognozu.

**Kvantitativne** metode kao ulaz koriste istorijske statističke podatke. Metode predviđanja su precizni matematički algoritmi. Rezultat predviđanja su brojevi. Primena određene kvantitativne metode na isti skup ulaznih podataka daće uvek istu prognozu.

Kvantitativne metode prognoziranja dele se na projektivne i kauzalne. Projektivnim metodama se istražuju istorijski podaci i traže zakoni po kojima se oni ponašaju. Zatim se na osnovu utvrđenih ili pretpostavljenih obrazaca vrši projekcija istorijskih podataka na budućnost. Prognoza je, dakle, slika prošlosti projektovana na budućnost.

Kauzalnim metodama se pokušavaju otkriti i iskoristiti uzročno-posledične veze između promenljivih. Pretpostavi se da će se desiti neka pojava, da će se doneti određene odluke ili da će se neki ekonomski indikatori ponašati po određenim pravilnostima. Na osnovu zakona koji vladaju između prognozirane promenljive i ovih pretpostavki prognozira se moguće ponašanje posmatrane promenljive.

Prema svojoj nameni i ciljevima predviđanje može biti **eksplorativno** i **normativno**. Eksplorativno predviđanje se bavi projekcijom budućnosti na osnovu saznanja o prošlim događajima. Wegova namena je prevashodno da objasni kako će se stvari u budućnosti odvijati i zašto. Ovaj pristup se primenjuje za predviđanje promenljivih koje su van uticaja donosioca odluke.

Cilj normativnog predviđanja nije samo u tome da predvidi kako će se određena pojava odvijati u budućnosti nego i da razmotri šta bi trebalo da se dogodi ili preduzme da bi se ta pojava baš tako dešavala. Normativno predviđanje se na taj način delimično preklapa sa funkcijom planiranja jer razmatra mogućnosti koje stoje na raspolaganju onome koji pravi i koristi prognozu. U prognozu treba uključiti i posledice akcija koje će preduzimati organizacija. To znači da se normativno predviđanje ne bavi samo promenljivima koje su van kontrole već i onim koje su pod delimičnom ili potpunom kontrolom organizacije.

### 3.2. Kvalitativne metode

Postoji veliki broj kvalitativnih metoda predviđanja. Sve one se na određen način oslanjaju na mišljenja i procene stručnjaka bez korišćenja konkretnog matematičkog modela. Ovde ćemo ukratko opisati sledeće:

- \* mišljenje stručnjaka (ekspertna procena)
- \* okrugli sto (panel diskusija)
- \* delfi tehnika
- \* uzbunjivanje mozgova
- \* scenario.

#### 3.2.1. Mišljenje stručnjaka

Mišljenje stručnjaka je najjednostavnija i najstarija metoda predviđanja. Od čoveka, koji je ekspert u oblasti za koju se pravi prognoza, traži se mišljenje. Mišljenje može biti dato u pismenom ili usmenom obliku, zavisno od vrste i značaja prognoze.

Od ekspertnih ocena koje su korišćene kao prognostička osnova odluci, najpoznatije je kratko pismo kojim je Ajnštajn potvrdno odgovorio predsedniku SAD na pitanje da li je moguće napraviti novo oružje zasnovano na fisiji urana.

Iskustvo je pokazalo da jednako cenjeni eksperti ponekad imaju značajno različite procene budućih događaja. Pored toga, oni znaju da ih vrlo uporno brane činjenicama koje izgledaju neoborive. Takve različite ekspertne procene mogu da zbune korisnika prognoze koji mora da odluči na osnovu koje prognoze će da napravi plan.

#### 3.2.2. Okrugli sto

Da bi se iskoristilo znanje stručnjaka koje ne postoji u statističkim podacima i raspoloživim izvorima informacija i smanjila verovatnoća pogrešne prognoze kada postoje različita pa i suprotstavljena mišljenja, može se organizovati tzv. okrugli sto ili panel diskusija na određenu temu.

Okrugli sto treba da okupi više eksperata u određenoj oblasti i da ima definisanu temu o kojoj se raspravlja. Poziv za učešće u diskusiji može biti upućen samo biranim stručnjacima, a može biti i javan. Mada se ponekad organizuje i uvodno predavanje koje prethodi diskusiji, okrugli sto po pravilu podrazumeva ravnopravan tretman svih učesnika. Sa okruglog stola se vodi zapisnik, ali se na njemu obično ne donose zaključci. Organizator, kasnije, sam obrađuje diskusije i pravi konačnu procenu.

Pokazalo se da okrugli sto otklanja mnoge nedostatke koje ima metoda sakupljanja pojedinačnih, nezavisnih, ekspertnih mišljenja. Diskusija na okruglom stolu daje priliku da se odbrane ili pobiju neki argumenti, ubede oponenti, nazru kompromisi.

Uočeno je da učesnici okruglog stola praktično nemaju ravnopravan status i jednak tretman, što je jedan od uslova za njegovu uspešnost. Dešava se da se neki od njih nametnu kao značajniji autoritet i svojim stavovima bitno usmere stavove drugih.



Autoritet na okruglom stolu može da proizide, na primer, iz formalnog položaja pojedinca (direktor, nadređeni oficir ili general, vladin službenik i sl.) ili iz njegovog naučnog zvanja (profesor, akademik i sl). Qudi znaju da budu veoma obazrivi prema uglednim učesnicima i da se ustručavaju u iznošenju svojih mišljenja koja bi odudarala od njihovih.

### 3.2.3. Delfi tehnika

Delfi tehnika je organizovana metoda višestrukog sakupljanja i obrade mišljenja stručnjaka o jednom konkretnom pitanju prognoze. Dobila je naziv po hramu iz Stare Grčke u kojem su boravile čuvene proročice koje su svojim predviđanjima uticale na mnoge vladare i vojskovođe.

Delfi tehnikom se nastoji eliminisati negativan uticaj autoriteta koji je prisutan na okruglom stolu i sačuvati pozitivan efekat koji postoji kada se suprostavljaju različita mišljenja. Ona se sastoji iz nekoliko koraka od kojih je prvi priprema za izvođenje jedne vrste ankete koja je suštinski deo tehnike. Zatim se nekoliko puta postavlja isto pitanje ili, češće, grupa pitanja i obrađuju odgovori. Pri tome se svakoj sledećoj iteraciji pri postavljanju pitanja na određeni način koriste rezultati iz prethodne.

Preporuka je da se u pripremnj fazi jasno i precizno formuliše pitanje koje je predmet predviđanja i formira pogodan obrazac za sprovođenje postupka. Pored pitanja, na obrascu treba da se nalazi prostor sa podacima o učesniku, deo za odgovor i deo za komentare.

Pitanja koja se obično postavljaju su:

1. Koji događaji se očekuju u budućem (definisanom) periodu?
2. Kada će se oni desiti?
3. Koja je verovatnoća njihovog događanja?

Nekad se pitanje odnosi na sasvim konkretan događaj kao npr: "Koje godine će biti završena brza železnička pruga Beograd - Subotica?" ili "Koje godine će se od Beograda do Niša putovati vozom za manje od 90 minuta?"

Od eksperata se po pravilu traži i kratko obrazloženje prognoze. To ne mora da bude stroga već samo poželjna obaveza učesnika.

Izbor eksperata koji će učestvovati u davanju prognoze je posebno osetljivo pitanje. Broj stručnjaka ne mora da bude veliki, obično je oko 20. Potrebno je da svaki od njih pristane da učestvuje u prognoziranju i da svoje procene formira bez neposrednog konsultovanja drugih eksperata. Drugim rečima, teži se da eksperti ili ne znaju jedni za druge, ili da međusobno ne razmenjuju svoje prognoze kako bi se postigla originalnost i izbegli uticaji.

Pošto se formuliše pitanje i izaberu eksperti, pristupa se prvoj rundi tehnike. Obrasci se pošalju učesnicima prognoziranja, obično poštom, i sakupe odgovori. Malo

je verovatno da će se već u prvoj rundi dobiti isti ili vrlo slični odgovori. Razmimoilaženja mogu biti velika i zato se pristupa obradi odgovora koja uključuje statističke i kvalitativne metode.

Statistički deo obrade je jednostavan i sastoji se u sledećem. Najpre se odbaci po 10% do 20% ekstremnih vrednosti, tj. onih odgovora koji daju najmanje odnosno najveće prognoze. Za preostali skup podataka izračuna se medijana, vrednost prognoze ispod i iznad koje se nalazi po 50% odgovora.

Kvalitativna obrada odgovora obuhvata izbor i grupisanje obrazloženja i komentara koji su karakteristični ili originalni.

U sledećoj rundi, rezultati obrade se pošalju istim ekspertima s molbom da ponovo odgovore na isto pitanje imajući u vidu kvantitativne i kvalitativne procene iz prethodne runde. Eksperti imaju priliku da svoje prognoze promene ili zadrže, da daju nova obrazloženja ili komentarišu tuđa mišljenja, koja su im kao anonimna, data na uvid od strane organizatora. Odgovori se ponovo sakupe i obrade na isti način kao i u prethodnoj rundi. Obično se u sledećoj rundi dobijaju odgovori koji su međusobno bliži, tj. manje je rasipanje. Ukoliko je organizator istraživanja zadovoljan rezultatima, proces se završava. U suprotnom slučaju, on će na isti način organizovati još jednu rundu. Iskustvo pokazuje da se odgovori stabilizuju posle dve ili tri runde tako da se u praksi retko pristupa sprovođenju više od tri ili četiri runde.

#### 3.2.4. Uzbunjivanje mozgova

Prethodno navedene metode predviđanja počivaju na racionalnim analizama i racionalnim rasuđivanjima stručnjaka. Qudi od kojih se traži mišljenje nastoje da daju što je moguće bolju prognozu i njeno racionalno objašnjenje. Oni se oslanjaju na svoja znanja i iskustvo i žele da što je moguće bolje pogode šta će se desiti. Ako kojim slučajem pogreše, može se dogoditi da izgube na svom ugledu.

Racionalna analiza obično potiskuje maštu koja može da bude veoma bitna za predviđanje događaja i mogućih sopstvenih i tuđih pravaca budućih akcija. U domenu predviđanja tehnološkog razvoja kao i razvoja novih proizvoda, pored znanja potrebna je i mašta. Za nove poteze potrebne su ideje koje nekada izgledaju veoma smele. Nije mnogo vredna ona prognoza koja ne govori o budućim promenama. Najveću vrednost u praksi imaju prognoze koje su predvidele malo verovatne događaje. A racionalne analize, uglavnom, teže minimizaciji rizika.

Da bi se stručnjaci oslobodili stega koje im nameću racionalne analize i zahtev da se ne pogreši, tj. da bi se podstaklo iznošenje smelih pretpostavki, prognoza i ideja, razvijena je, šezdesetih godina, metoda uzbunjivanja mozgova (**brain storming**). Osnovno u ovoj metodi je stvaranje posebno opušteno i neobavezno atmosfere u kojoj učesnici treba da slobodno iznose svoje ideje, prognoze i pretpostavke. Od njih se dodatno zahteva da budu originalni i neuobičajeni. Traže se prognoze koje izgledaju malo verovatne, a ne one koje su jasne ili izvesne. Pri uzbunjivanju mozgova bolji je onaj čije su ideje neuobičajenije.

Pri korišćenju ove metode treba poštovati sledeća četiri osnovna pravila:

1. U fazi generisanja ideja nije dozvoljena kritika ideja niti izražavanje suprotnih mišljenja,
2. Sve ideje su dobrodošle jer je lakše ideju "ukrotiti" nego izmisliti,
3. Poželjno je stimulisati kvantitet - što više ideja to bolje,
4. Treba podsticati kombinovanje i modifikovanje ideja.

Pokazalo se da se u seansama uzbunjivanja mozgova iznese veliki broj beskorisnih i pogrešnih prognoza. Međutim, neke prognoze su sasvim originalne i veoma korisne, što opravdava pristupanje ovakvoj metodi predviđanja. Kod nas se pojam uzbunjivanja mozgova koristi i u pejorativnom smislu da označi neuspeli radni sastanak na kome su prevashodno iznošene različite ideje, bez njihove koordinacije i usmeravanja ka cilju radi kojeg je sastanak održan.

### 3.3. Analiza vremenskog niza

Analiza vremenskog niza (serije) je metoda kojom se na osnovu istorijskih podataka predviđa budućnost. Vremenski niz je skup vremenski uređenih opservacija (realizacija) jedne promenljive u toku više uzastopnih (i jednakih) vremenskih perioda. Realni problemi obično zahtevaju istovremeno analiziranje više vremenskih nizova. Ovde će najpre, biti detaljnije objašnjeni bazični postupci za analizu jednog vremenskog niza jer je to preduslov razumevanju složenijih realnih problema.

Označimo sa  $Y_i$  opservaciju (realizaciju, stvarnu ili izmerenu vrednost) promenljive u periodu  $i$  ili u trenutku  $t_i$ ,  $i=1, \dots, n$ . Vremenski niz je skup  $\{Y_1, \dots, Y_i, \dots, Y_n\}$ . Proučavanjem kako se posmatrana promenljiva menja u vremenu nekad je moguće postaviti relaciju između promenljive  $i$  i vremena pa na osnovu nje predvideti budućnost. Često se traži samo  $F_{n+1}$  - prognoza promenljive u  $(n+1)$ -om periodu ili u trenutku  $t_{n+1}$ , ali nisu retki ni zadaci u kojima se traže prognoze  $F_{n+k}$  - u periodima  $(n+k)$  ili u trenucima  $t_{n+k}$ ,  $k=1, 2, 3, \dots$

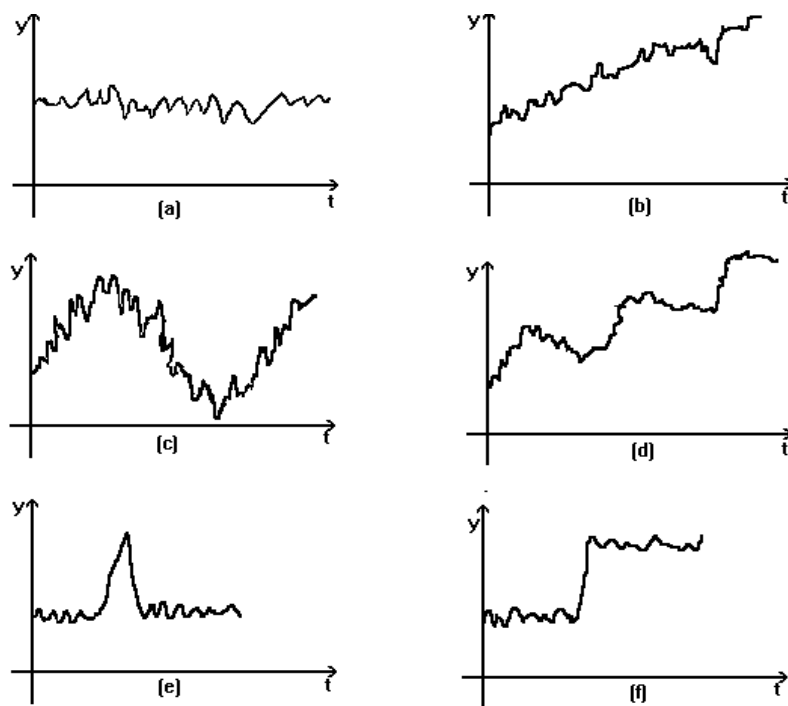
U analizi se razlikuju sledeći koraci:

- Izbor pogodnog modela.
- Izbor vrednosti parametara modela.
- Verifikacija modela na podacima.
- Korišćenje i ažuriranje modela i izabranih parametara za predviđanje.

U prvom koraku se specificira klasa modela koju je moguće razmatrati za posmatrani vremenski niz. Zatim se na osnovu podataka i znanja bira privremeni model. Parametri izabranog modela se određuju na osnovu pogodnog kriterijuma kojim ocenjujemo koliko dobro model reprezentuje istorijske podatke. Verifikacija je postupak kojim se potvrđuje ili odbacuje hipoteza da pretpostavljeni model može dobro da objasni vremenski niz. Ukoliko nismo zadovoljni rezultatima prethodnih koraka treba izabrati novi model ili promeniti parametre postojećeg. Posle verifikacije modela

sledi njegovo korišćenje u praksi sa redovnim proveravanjem i ažuriranjem vrednosti parametara.

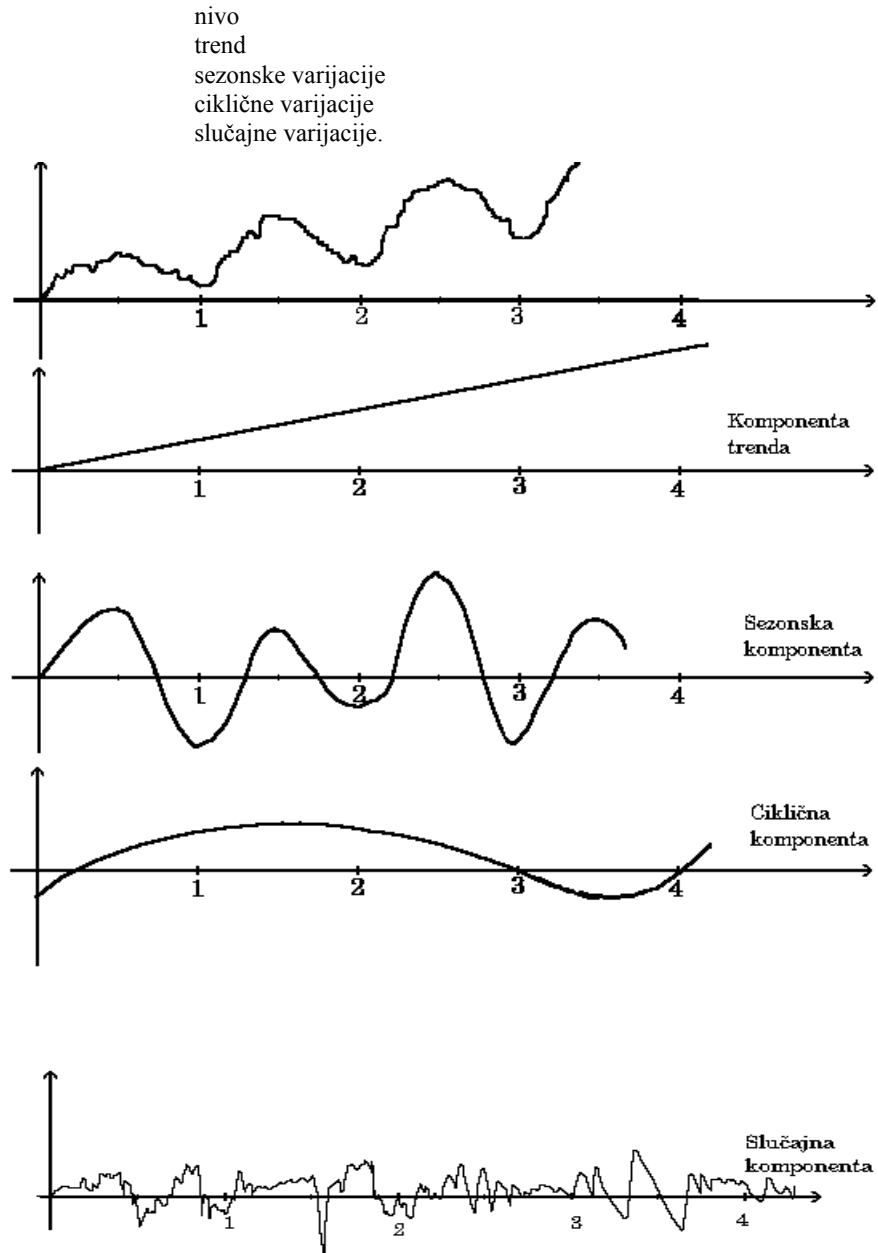
Sugerise se da analiza vremenskog niza, kad god je moguće, započne grafičkim prikazom niza i vizuelnom analizom. Kao ilustracija dat je primer na slici 3.2. Čak i manje iskusan analitičar može da uoči sa slike izvesne karakteristike niza koje bi se inače teško otkrile statističkim analizama.



Slika 3.2. Karakteristični oblici vremenskog niza: (a) nivo ili konstantni niz, (b) niz sa trendom, (c) niz sa sezonskim karakterom, (d) niz sa trendom i sezonskim karakterom, (e) niz sa impulsom, (f) niz sa odskokom

### 3.3.1. Komponente vremenskog niza

U statističkoj obradi vremenskog niza polazi se od toga da se bilo koji vremenski niz može predstaviti kombinacijom pet komponenata, slika 3.3:



Slika 3.3. Komponente vremenskog niza

Nivo ukazuje na intenzitet promjenljive date vremenskim nizom, a trend otkriva njenu stopu rasta ili opadanja sa vremenom. Kao što je ilustrovano na slici, komponenta trenda pokazuje istorijski obrazac koji postoji na dugi rok između posmatrane promjenljive i vremena. To je glatka kriva koja je dobijena na osnovu istorijskih podataka i retko se sa njima poklapa. Ona daje samo opšte ponašanje promjenljive, tj. da li ova raste ili opada.

Sezonske varijacije se odnose na fluktuacije oko linije trenda koje se, na primer iz godine u godinu ponavljaju, u određenim vremenskim periodima. Uzrok sezonskim varijacijama tražnje obično je meteorološko vreme tj. godišnje doba, početak škole, odmori, praznici i slave vezane za datum, tradicija i slično. Primeri proizvoda sa sezonskim obrascem tražnje su: antifriz, sladoled, školski pribor, oprema za skijanje, seme, veštačko đubrivo itd.

Pre nego što se sezonske varijacije uključe u model za prognozu trebalo bi proveriti da li su ispunjeni izvesni uslovi. Potrebno je, pre svega, da postoji neko razumno objašnjenje za uočene sezonske varijacije. Na primer, rast tražnje oko 8. marta za nekim vrstama luksuzne robe ima uzrok u tome što je taj dan proglašen Danom žena i što se po tradiciji tog dana daju pokloni majkama, suprugama i prijateljicama.

Da bi se sezonski obrazac uključio u model tražnje, moramo biti sigurni da je uočena varijacija veća od slučajne varijacije, odnosno da je baš sezonska, a ne slučajna.

Ciklične varijacije su dugoročne oscilacije oko linije trenda. Ciklusi mogu, ali ne moraju biti periodični. Oni su rezultat poslovnih ciklusa koji se sastoje od ekspanzije i smanjivanja ekonomske aktivnosti u toku niza godina. Poznato je da poslovni ciklus sa fazama prosperiteta, recesije, depresije i oporavka može da ima različite dužine, trajanja faza, vremena događanja i amplitude fluktuacija. Mada je identifikacija ciklusa bitna za dugoročne prognoze, treba uočiti da se parametri ciklusa menjaju sa vremenom i da su za jednu organizaciju jedinstveni. Pošto na cikluse utiče veliki broj različitih faktora, ne postoje opšte pouzdane metode kojima bi se predviđalo njihovo ponavljanje.

Slučajne varijacije nemaju prepoznatljive obrasce i obično su bez specifičnih uzroka koji bi im se mogli pripisati. One predstavljaju uticaje koji nisu uključeni u varijacije trenda, sezone i ciklusa. Među njima se mogu pronaći pojedinačna odstupanja koja se mogu objasniti izvesnim konkretnim događajima kao što su zemljotresi, poplave, neobični vremenski uslovi, štrajkovi, rat i slično. Takvo odstupanje treba izolovati i otkloniti iz podataka, ali ne postoji opšta tehnika kako se to radi. Proces usrednjavanja može da eliminiše njegov uticaj. Slučajne varijacije se često nazivaju šum, reziduali ili neregularne varijacije.

U svrhu predviđanja na osnovu vremenskog niza, najpre se formuliše pogodni matematički model. Shodno navedenom razmatranju, za vremenski niz može se formulisati multiplikativni model

$$\text{Tražnja} = (\text{Trend}) (\text{Sezonska}) (\text{Ciklična}) (\text{Neregularna})$$

$$Y = TSCR \quad (3.1)$$

ili aditivni model

$$\begin{aligned} \text{Tražnja} &= (\text{Nivo}) + (\text{Trend}) + (\text{Sezonska}) + (\text{Ciklična}) + (\text{Neregularna}) \\ Y &= L + T + S + C + R \end{aligned} \quad (3.2)$$

ili mešani model (delom multiplikativni, delom aditivni).

Od statističkih tehnika za prognoziranje koje se oslanja isključivo na istorijske podatke, tj. vremenski niz, ovde razmatramo:

- \* poslednji period
- \* aritmetička sredina
- \* pokretna sredina (prosek)
- \* otežana pokretna sredina
- \* eksponencijalno izgladivanje ili eksponencijalno ponderisana pokretna sredina
- \* analiza trenda regresionim tehnikama
- \* ARMA, ARIMA i novije tehnike.

Analiza vremenskog niza je metoda kojom se budući događaji predviđaju na osnovu istorijskih podataka i informacija koje su u njima sadržane. Ukoliko se u budućnosti desi nešto što će značajno da utiče na posmatranu promenljivu, a što ranije uopšte nije postojalo, onda ne postoji načina da se iz istorijskih podataka to predvidi. Neko se dosetio da analizu vremenskog niza upoređi sa vožnjom automobila koji ima zatamnjeno prednje vetrobransko staklo i retrovizor. Vozač ima pogled na predeni put a treba da predvidi kako izgleda put kojim će dalje voziti.

Predviđanjem se daje procena vrednosti slučajne promenljive. Slučajnom promenljivom se smatra ona koja nije pod kontrolom korisnika prognoze. U praksi se mnoge promenljive, koje po prirodi nisu slučajne ili su samo delom slučajne, često tretiraju kao da su slučajne. Prodaju, na primer, kao promenljivu prognoze, treba posmatrati i kao funkciju promenljivih koje su pod kontrolom (reklama, nivoi zaliha) i promenljivih koje su van kontrole (potezi konkurencije, troškovi sirovina).

Nema tehnike kojom se može pouzdano predvideti vrednost slučajne komponente promenljive koja je van kontrole. Ako se promenljiva ponaša po obrascu koji je moguće identifikovati, ona inherentno nije slučajna. Ono čemu teže metode prognoziranja je da projekciju prošlosti na budućnost učine manje zavisnom od slučajnih komponenata. Prognoza se bazira na neslučajnim trendovima i relacijama koje postoje u istorijskim podacima.

### 3.3.2. Merenje greške prognoze

Više faktora utiče na odluku koja će se od navedenih tehnika primeniti u konkretnom slučaju. Neke su krajnje jednostavne i jeftine, ali nepouzidane, druge su pouzdanije, ali složene i skupe. U svakom slučaju model koji se izabere treba verifikovati na osnovu podataka iz prošlosti. To se obično radi na sledeći način.

Pretpostavimo da imamo dnevne, nedeljne ili mesečne podatke o nekoj pojavi za deset poslednjih godina. Za izabrani model najpre se odrede parametri na osnovu izabranih podataka, recimo podataka za prvih devet godina. Zatim se model testira na taj način što se primenjuje za predviđanje u desetoj godini. Pri tom se mere greške predviđanja i validnost modela ocenjuje na osnovu više kriterijuma. Obično se koriste sledeći kriterijumi:

- \* srednja apsolutna devijacija (MAD - Mean Absolute Deviation)
- \* srednja kvadratna greška (MSE - Mean Squared Error)
- \* standardna devijacija regresije  $S_{Y,t}$
- \* pristrasnost (B - Bias)
- \* signal praćenja (TS - Tracking Signal).

Srednja apsolutna devijacija (srednje je statistički izraz za prosečno, apsolutno znači da se ignoriše znak odstupanja, a devijacija je razlika između stvarne i prognozirane vrednosti) se računa po sledećoj formuli

$$\text{MAD} = \frac{\sum_{i=1}^n |Y_i - F_i|}{n} \quad (3.3)$$

gde je

$Y_i - F_i = e_i$  - algebarska devijacija ili greška prognoze

$|Y_i - F_i|$  - apsolutna devijacija.

Srednja apsolutna devijacija pomaže pri utvrđivanju koliko je netačna prognoza. Ona se oslanja na prošlost, koliko je u prošlosti bila prognoza tačna, i služi za predviđanje buduće greške. Kad se porede različite tehnike prognoze, onda je poželjnije primenjivati onu koja daje manju srednju apsolutnu devijaciju.

Sličnu ulogu imaju srednja kvadratna greška i standardna devijacija

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2 \quad (3.4)$$

$$S_{Y,t}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i)^2 \quad (3.5)$$

Standardna devijacija se za normalnu raspodelu može aproksimirati tako što se MAD pomnoži sa 1,25.

Srednja apsolutna devijacija izražava opseg greške, ali ne ukazuje na smer greške, tj. da li se prognozom precenjuje ili potcenjuje. U tu svrhu se koristi pristrasnost. Pristrasnost se računa po sledećoj formuli

$$B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i) \quad (3.6)$$



Idealna tehnika prognoziranja trebalo bi da ima za MAD i pristrasnost nulte vrednosti. Pozitivna pristrasnost ukazuje na tendenciju potcenjivanja u prognozi, a negativna na precenjivanje. Greška prognoze se meri srednjom apsolutnom vrednošću i pristrasnošću.

Signal praćenja je odnos algebarske sume kumulativne greške prognoze i MAD

$$TS = \frac{1}{MAD} \sum_{i=1}^n (Y_i - F_i) \quad (3.7)$$

On ukazuje da li treba da se vrši revizija parametara modela. To je prost metod u kome se proverava da li je signal praćenja u dozvoljenim granicama tolerancije. One su obično između  $\pm 3\%$  i  $\pm 8\%$ . Greške koje se nalaze unutar dozvoljenih granica smatraju se prihvatljivim, a ako greške učine da signal praćenja izađe iz zadatih limita, signalizira se revizija parametara ili modela.

### 3.3.3. Poslednji period

Ovo je najjednostavnija tehnika predviđanja. Ona proizilazi iz pretpostavke da će se neposredna budućnost ponašati na isti način kao i skora prošlost. Dakle, promenljiva će u sledećem periodu imati vrednost koju je imala u prethodnom

$$F_{n+1} = Y_n \quad (3.8)$$

Za primenu ove tehnike nisu potrebne nikakve kalkulacije. Ona se može primeniti u slučajevima kada su varijacije u aktuelnim vrednostima male iz perioda u period. Ona relativno dobro hvata trend, sezonalnost ne kompenzuje dobro, a na slučajne varijacije previše je osetljiva.

### 3.3.4. Aritmetička sredina

Ovom tehnikom se za prognozu u narednom periodu uzima aritmetička sredina svih prethodnih opservacija

$$F_{n+1} = \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \quad (3.9)$$

Aritmetička sredina ne odgovara dobro trendu i zanemaruje sezonalnost. Ona jedino dobro izgladuje slučajne fluktuacije. Aritmetička sredina je dobra za podatke koji su stacionarni (horizontalni) i slučajno raspodeljeni. Ona ne vodi računa o skorim opservacijama niti o mogućim promenama u obrascima koji opisuju promenljivu.

### 3.3.5. Pokretna sredina

Prognoza za naredni period generiše se ovom tehnikom tako što se izračuna prosek opservacija u poslednjih  $m$  perioda

$$F_{n+1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Y_{n-i+1} \quad (3.10)$$

Broj perioda  $m$  određuje se eksperimentalno.

Ova tehnika je kompromis između prethodne dve i ima njihove prednosti, a nema nedostatke. Wome se donekle izgladuju slučajne fluktuacije i relativno dobro sa izvesnim vremenskim kašnjenjem prati trend. Sezonske varijacije se ovom tehnikom ne kompenzuju. Uticaj na prognozu imaju samo opservacije iz bliske prošlosti.

Varijanta ove tehnike je otežana (ponderisana) pokretna sredina. U njoj se veći uticaj na prognozu daje opservacijama koje su iz bliže prošlosti

$$F_{n+1} = \sum_{i=1}^n w_i Y_i \quad (3.11)$$

gde su  $w_i$  - težinski faktori,  $\sum w_i = 1$ ,  $w_i > w_{i-1}$ .

**Primer 3.1:** U sledećoj tabeli su dati podaci o mesečnoj prodaji jednog proizvoda u dve uzastopne godine.

Mesec	Jan	Feb	Mar	Apr	Maj	Jun	Jul	Avg	Sep	Okt	Nov	Dec
1990.	44	54	52	40	56	54	66	60	48	54	46	56
1991.	52	58	62	52	68	64	74	66	62	60	50	60

Na osnovu ukupne apsolutne devijacije proceniti koja bi od sledećih tehnika prognoze bila najbolja: poslednji period, aritmetička sredina, dvomesečna sredina i tromesečna sredina.

**Rešenje:** Prognozirane vrednosti i apsolutne devijacije prikazane su u sledećoj tabeli.

Mesec i	Tražnja $Y_i$	Poslednji period		Aritmetička sredina		Dvomesečna sredina		Tromesečna sredina	
		$F_i$	$ e_i $	$F_i$	$ e_i $	$F_i$	$ e_i $	$F_i$	$ e_i $
1	44	-	-	-	-	-	-	-	-
2	54	44	10	-	-	-	-	-	-
3	52	54	2	49	3	49	3	-	-
4	40	52	12	50	10	53	13	50	10
5	56	40	16	48	8	46	10	49	7
6	54	56	2	49	5	48	6	49	5
7	66	54	12	50	16	55	11	50	16
8	60	66	6	53	8	60	0	59	1
9	48	60	12	53	5	63	15	60	12
10	54	48	6	53	1	54	0	58	4
11	46	54	8	53	7	51	5	54	12
12	56	46	10	53	4	50	6	49	7
13	52	56	4	53	1	51	1	52	0
14	58	52	6	52	6	54	4	51	11
15	62	58	4	53	9	55	7	55	7
16	52	62	10	53	1	60	8	57	5
17	68	52	16	53	15	57	11	57	11
18	64	68	4	54	10	60	4	61	3
19	74	64	10	55	19	66	8	61	13
20	66	74	8	56	10	69	3	69	3
21	62	66	4	56	6	70	8	68	6
22	60	62	2	57	3	64	4	67	7
23	50	60	10	57	7	61	11	63	7
24	60	50	10	56	4	55	5	57	3
25		60		57		55		57	
$\Sigma$			184		158		143		150

Najmanju vrednost ukupne apsolutne devijacije ima dvomesečna pokretna sredina (143) pa bi prema tome prognoza za sledeći mesec bila 55. ♦

### 3.3.6. Eksponecijalno izgladivanje

Eksponecijalno izgladivanje ili eksponecijalno otežana pokretna sredina je poseban oblik otežane pokretne sredine. Dok pokretna sredina u prognozi vodi računa samo o nekoliko poslednjih opservacija, u ovoj tehnici se teorijski uzimaju u račun sve vrednosti iz vremenskog niza. Pri tome njihov uticaj na prognozu opada sa udaljenjem od sadašnjeg trenutka. Najveći uticaj ima opservacija koja se desila u poslednjem periodu, najmanji ona koja se desila u prvom periodu.

Najjednostavniji model eksponecijalnog izgladivanja predviđa vrednost promenljive u narednom periodu kao zbir prognoze za poslednji period i dela greške koja se javila u tom periodu

$$F_{n+1} = F_n + a (Y_n - F_n)$$

$$\begin{aligned}
 &= aY_n + (1 - a)F_n \\
 &= aY_n + a(1 - a)Y_n + a(1 - a)^2Y_n \dots + (1 - a)^n Y_1 \\
 &= a \sum_{k=1}^n (1 - a)^{k-1} Y_{n+1-k} + (1 - a)^n Y_1 \\
 F_1 &\equiv Y_1 . \qquad (3.12)
 \end{aligned}$$

gde je  $a$  konstanta (koeficijent) eksponencijalnog izgladivanja koja može da ima vrednost između 0 i 1.

Težinski faktori eksponencijalno opadaju sa udaljavanjem od trenutka posmatranja. Treba uočiti da je zbir svih težinski faktora jednak jedinici.

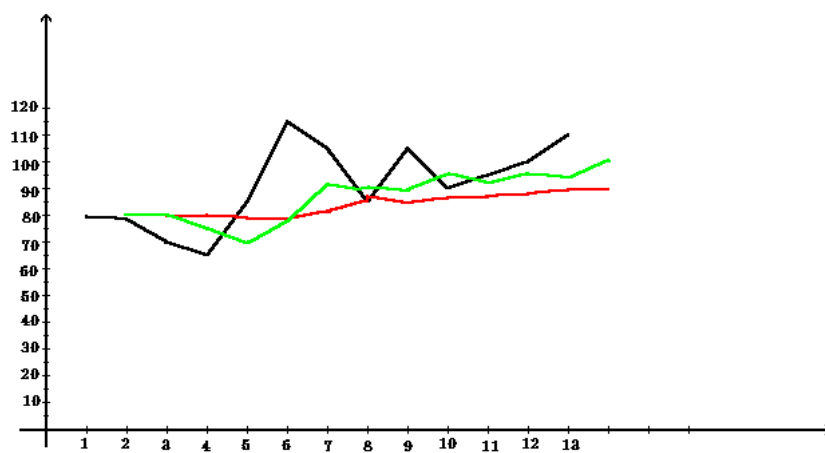
**Primer 3.2.** U sledećoj tabeli su dati podaci o obimu proizvodnje u jednom pogonu u poslednjih 13 perioda.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$Y_i$	80	78	70	65	85	115	107	85	107	90	95	98	110

Koristeći tehniku eksponencijalnog izgladivanja sa koeficijentom  $a=0,1$  i  $a=0,4$  predvideti proizvodnju u sledećem periodu.

**Rešenje:** Rezultati su prikazani u sledećoj tabeli i na slici 3.4.

i	$Y_i$	a=0,1		a=0,4	
		$F_i$	$d e_i d$	$F_i$	$d e_i d$
1	80	-	-	-	-
2	78	80	2	80	2
3	70	80	10	79	9
4	65	79	14	76	11
5	85	78	8	71	14
6	115	78	37	77	38
7	107	82	25	92	15
8	85	85	0	89	4
9	107	85	22	88	19
10	90	87	3	95	5
11	95	87	8	93	2
12	98	88	10	94	4
13	110	89	21	96	14
14		91		101	
S			160		137



Slika 3.4. Ilustracija za primer 3.2.

Uočava se značajna razlika u prognozi za različite vrednosti koeficijenta izgladivanja. ♦

Manje vrednosti za konstantu izgladivanja  $a$  daju veći značaj istorijskim podacima i uslovima koji su vladali za vreme stvaranja niza. One za rezultat imaju veći efekat izgladivanja sa velikom stabilnošću prognoze i sporim odzivom na promene koje se dešavaju u poslednjim periodima. Veće vrednosti za  $a$  imaju suprotan efekat: veći uticaj na prognozu opservacija u poslednjim periodima, nestabilnu prognozu, slabiji efekat izgladivanja. Kada bi bilo  $a=0$ , prognoza bi uvek bila jednaka prvoj opservaciji; za  $a=1$ , metoda se izjednačuje s metodom poslednjeg perioda.

Preporučene vrednosti za  $a$  su između 0,1 i 0,3. Manje vrednosti treba koristiti kada se traži dugoročnija prognoza, veće za prognozu na kratak rok.

Eksponecijalno izgladivanje ima osobine slične pokretnoj sredini što u stvari ono i jeste, samo što je pokretna sredina modifikovana težinskim faktorima. Može se pokazati da između koeficijenta izgladivanja  $a$  i broja perioda  $m$  za pokretnu sredinu postoji sledeća približna relacija

$$m \approx \frac{2-a}{a} \quad \text{ili} \quad a \approx \frac{2}{m+1}$$

Tako je recimo model otežane pokretne sredine sa  $m=7$  praktično isto što eksponecijalno izjednačavanje za  $a=0,25$ .

Ako se eksponecijalno izgladivanje koristi za prognozu vrednosti promenljive u periodu  $n+k$ , onda je

$$F_{n+k} = F_{n+1} \quad (3.13)$$

Dakle, eksponencijalno izgladivanje pri pravljenju dugoročnih prognoza ne vodi računa o trendu.

### 3.3.7. Eksponencijalno izgladivanje sa korekcijom trenda

Osnovnu metodu eksponencijalnog izgladivanja moguće je modifikovati tako da se primenjuje i za predviđanje kada se u vremenskom nizu prepoznaje trend. Modifikacija treba da omogući da se metodom obuhvate dve komponente niza: nivo i trend. Koristiti se aditivni model u kome treba podesiti dva parametra. Jedan od njih se odnosi na nivo, drugi na trend.

Neka je  $L_i$  - prognoza nivoa za period  $i$ , a  $T_i$  - izračunati trend za period  $i$ . Prognoza za naredni period je suma prognoze nivoa za naredni period  $i$  izračunatog trenda za taj period

$$F_{n+1} = L_{n+1} + T_{n+1} \quad (3.14)$$

Nivo za naredni period se prognozira težinskom sumom opservacije u prethodnom periodu  $i$  zbirom prognoze  $i$  i trenda za prethodni period

$$L_{n+1} = aY_n + (1-a)(L_n + T_n). \quad (3.15)$$

Prognoza nivoa za naredni period se koristi za ažuriranje trenda jer je za prognozu promenljive po obrascu (3.15) pored nivoa potrebno izračunati, odnosno predvideti i trend u narednom periodu. To se takođe radi eksponencijalnim izgladivanjem

$$T_{n+1} = b(L_{n+1} - L_n) + (1 - b)T_n \quad (3.16)$$

gde je  $b$  - koeficijent izgladivanja između 0 i 1.

Kada se eksponencijalno izgladivanje koristi za dugoročnu prognozu, uz pretpostavku da je trend konstantan, ovom metodom se prognoza u periodu  $n+k$  računa na sledeći način

$$F_{n+k} = L_{n+1} + kT_{n+1} \quad (3.17)$$

**Primer 3.3.** Podaci o mesečnoj potrošnji u poslednjih godinu dana dati su u sledećoj tabeli.

Mesec	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dec	Jan	Feb	Mar	Apr	Maj	Jun
Potrošnja	40	31	48	46	50	47	54	45	48	60	55	50

Napraviti mesečne prognoze za sledeća tri meseca korišćenjem modela eksponencijalnog izgladivanja sa korekcijom trenda uz pretpostavku da je  $a=0,1$  i  $b=0,4$  i da je prognoza za prvi mesec prikazan u tabeli bila  $F_1=38$  i  $T_1=0$ .

**Rešenje:** Rezultati su prikazani u sledećoj tabeli.

Mesec i	Potrošnja $Y_i$	Nivo $L_i$	Trend $T_i$	Prognoza $F_i$	Greška $e_i$
1	40	38,00	0,00	38,00	2,00
2	32	38,20	0,08	38,28	-6,28
3	48	37,65	-0,17	37,48	-10,52
4	46	38,53	0,25	38,78	-7,22
5	50	39,50	0,54	40,04	-9,96
6	47	41,04	1,16	42,20	-4,80
7	54	42,68	1,35	44,03	-9,97
8	45	45,03	1,75	46,78	1,78
9	48	46,60	1,99	48,59	0,59
10	60	48,53	1,82	50,35	-9,65
11	55	45,92	1,86	47,78	-7,22
12	50	48,50	0,07	48,57	-1,43
13		48,71	1,07	49,78	

Prognoze za sledeće mesece su:

$$F_{13} = 48,71 + 1,07 = 49,78;$$

$$F_{14} = 48,71 + 2 \cdot 1,07 = 50,85;$$

$$F_{15} = 48,71 + 3 \cdot 1,07 = 51,92. \blacklozenge$$

### 3.3.8. Eksponencijalno izgladivanje sa korekcijom sezone

Sezonski karakter promenljive se identifikuje na osnovu povećanih ili smanjenih vrednosti promenljive u određenim sezonama, tj. u periodima koji imaju određenu zakonitost ponavljanja. Ovo je najlakše objasniti na primeru podataka o tražnji, sruđenih po mesecima za nekoliko godina. Postavlja se pitanje: da li je tražnja takva da zavisi od meseca u godini, tj. da li ima sezonski karakter? Ako je odgovor na ovo pitanje potvrđan, treba naći način na koji će se sezonski karakter uključiti u model. U tu svrhu koriste se sezonski indeksi. Sezonski indeks je broj koji predstavlja očekivani odnos tražnje za pojedine periode i prosečne tražnje celog niza.

**Primer 3.4.** Podaci u sledećoj tabeli ilustruju kako se računaju sezonski indeksi na osnovu mesečnih podataka za dve uzastopne godine.

Mesec	m	Tražnja		Prosečna	Sezonski indeks
		1990.	1991.		
Jan	1	95	105	100	0,969
Feb	2	80	90	85	0,824
Mar	3	90	100	95	0,921
Apr	4	100	110	105	1,018
Maj	5	115	127	121	1,173
Jun	6	120	136	128	1,241
Jul	7	110	120	115	1,115
Avg	8	100	120	110	1,066
Sep	9	95	113	104	1,008
Okt	10	85	95	90	0,872
Nov	11	85	95	90	0,872
Dec	12	95	95	95	0,921
				1238	

Prosečna mesečna tražnja je  $1238/12 = 103$ . Sezonski indeks za određeni mesec dobija se deljenjem prosečne tražnje za taj mesec i prosečne mesečne tražnje. Za mesec maj to je  $I_5 = 121/103 = 1,173$ . ♦

Prognoza tražnje za sledeći period je proizvod prognoze nivoa i sezonskog indeksa

$$F_{n+1} = L_{n+1} I_{n+1}.$$

Prognozirani nivo korigovan je tako što je pomnožen sezonskim indeksom.

Ako nema trenda, onda se nivo sa sezonskim podešavanjem prognozira na sledeći način

$$L_{n+1} = \frac{aY_n}{I_n} + (1-a)L_n$$

Sezonski indeksi se mogu ažurirati eksponencijalnim izgladivanjem

$$I_{n+k} = \frac{cY_n}{L_n} + (k-c)I_n$$

gde je  $c$  koeficijent izgladivanja između 0 i 1, a  $k$  je broj perioda koji karakteriše sezonu ( $k=12$  za mesečne podatke ili  $k=4$  ako su u pitanju kvartalni podaci).

Za dugoročnu prognozu se ovaj model koristi na sledeći način

$$F_{n+m} = L_n I_{n+m}, \text{ za } m \leq k.$$

### 3.3.9. Eksponencijalno izgladivanje sa korekcijama trenda i sezone



Metodom eksponencijalnog izgladivanja koje uzima u obzir postojanje trenda i sezonski karakter promenljive, prognoza za naredni period se računa po sledećem obrascu

$$F_{n+1} = (L_{n+1} + T_{n+1})I_{n+1}$$

gde se nivo, trend i sezonski indeksi takođe ažuriraju eksponencijalnim izgladivanjem

$$L_{n+1} = aY_n / I_n + (1-a) (L_n + T_n)$$

$$T_{n+1} = b(L_{n+1} - L_n) + (1 - b)T_n$$

$$I_{n+m} = cY_n / L_n + (m-c) I_n .$$

Za prognozu na dugi rok koristi se

$$F_{n+k} = (L_{n+1} + kT_{n+1})I_{n+k} , k \leq m.$$

Treba primetiti da u svim obrascima za eksponencijalno izgladivanje sve promenljive izuzev  $Y_j$  su prognoziranje ili izračunate, a samo  $Y_j$  su stvarne opservacije.

**Primer 3.5.** U sledećoj tabeli su dati mesečni podaci o prodaji za 1992. godinu, dok su podaci za 1990. i 1991. godinu dati u primeru 3.1.

Mesec	Jan	Feb	Mar	Apr	Maj	Jun	Jul	Avg	Sep	Okt	Nov	Dec
Potrošnja	55	60	70	60	68	74	76	68	72	74	62	70

Koristeći metodu eksponencijalnog izgladivanja sa korekcijom trenda i sezone prognozirati prodaje u januaru i martu 1993. godine. Pretpostaviti da je  $a=0,1$ ,  $b=0,2$ ,  $c=0,3$ ,  $L_{25}=57$ ,  $T_{25}=0$  i  $F_{25}=57$ .

**Rešenje:** Najpre računamo sezonske indekse na osnovu podataka iz prve dve godine. Rezultati su prikazani u sledećoj tabeli.

Mesec	m	1990	Tražnja 1991	Prosečna	Sezonski indeks $I_m$
Jan	1	44	52	48	0,852
Feb	2	54	58	56	0,994
Mar	3	52	62	57	1,012
Apr	4	40	52	46	0,817
Maj	5	56	68	62	1,101
Jun	6	54	64	59	1,047
Jul	7	66	74	70	1,243
Avg	8	60	66	63	1,118
Sep	9	48	62	65	0,976
Okt	10	54	60	57	1,012
Nov	11	46	50	48	0,852
Dec	12	50	60	55	0,976
				676	

Rezultati računanja prikazani su u sledećoj tabeli.

U prvoj koloni za sezonske indekse  $I_m$  prikazani su indeksi izračunati u prethodnoj tabeli, a koloni  $I'_m$  sezonski indeksi izračunati tehnikom ekspanencijsalnog izgladivanja. Tako je za januar izračunat sezonski indeks  $I'_m$  na sledeći način

Mesec	i	Prodaja	Nivo $L_i$	Trend $T_i$	Sezonski indeksi		Prognoza $F_i$	Greška $e_i$
					$I_m$	$I'_m$		
Jan	25	55	57,00	0	0,852	0,886	57,00	2,00
Feb	26	60	57,76	0,152	0,994	1,007	57,56	-2,44
Mar	27	70	58,16	0,202	1,012	1,069	59,06	-10,94
Apr	28	60	59,41	0,412	0,817	0,875	48,87	11,13
Maj	29	68	61,18	0,684	1,101	1,104	68,11	0,11
Jun	30	74	61,85	0,681	1,047	1,092	65,47	-8,53
Jul	31	76	63,35	0,845	1,243	1,230	79,79	3,79
Avg	32	68	63,89	0,784	1,118	1,102	72,31	4,31
Sep	33	72	64,29	0,707	0,976	1,019	63,44	-8,56
Okt	34	74	65,87	0,882	1,012	1,045	67,55	-6,45
Nov	35	62	67,39	1,009	0,852	0,872	58,52	-3,72
Dec	36	70	68,84	1,096	0,976	0,988	68,26	-1,74

$$I'_1 = I'_{24+1} = cY_{25}/L_{25} + (1-c)I_1$$

$$= 0,3 \cdot 55/57 + 0,7 \cdot 0,852 = 0,886.$$

Za prognozu u 1992. godini koriste se sezonski indeksi  $I_m$  izračunati na osnovu podataka u prethodnim periodima. Nove vrednosti sezonskih indeksa  $I'_m$  koriste se za prognozu u mesecima naredne 1993. godine.

Nivo, trend, sezonski indeks i prognoza za februar 1992. godine su

$$L_{26} = aY_{25}/I_{25} + (1-a)(L_{25} + T_{25})$$

$$= 0,1 \cdot 55/0,852 + 0,9 \cdot (57+0) = 57,76$$

$$T_{26} = b(L_{26} - L_{25}) + (1 - b)T_{25}$$

$$= 0,2 \cdot (57,76 - 57) + 0,8 \cdot 0,00 = 0,152$$

$$I'_2 = I'_{24+2} = c Y_{26}/L_{26} + (1 - c) I_2$$

$$= 0,3 \cdot 60/57,76 + 0,7 \cdot 0,994 = 1,007$$

$$F_{26} = (L_{26} + T_{26}) \cdot I_{26}$$

$$= (57,76 + 0,152) \cdot 0,994 = 57,56.$$

Računajući na ovaj način dobijeni su svi podaci prikazani u prethodnoj tabeli. Prognoza za januar 1993. godine računa se na osnovu podataka iz poslednjeg reda tabele i sezonskog indeksa  $I'_1$

$$L_{37} = aY_{36}/I_{12} + (1 - a)(L_{36} + T_{36})$$

$$= 0,1 \cdot 70 / 0,886 + 0,9(68,84 + 1,096) = 70,84$$

$$\begin{aligned} T_{37} &= b(L_{37} - L_{36}) + (1 - b)T_{36} \\ &= 0,2(70,84 - 68,84) + 0,8 \cdot 1,096 = 1,277 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{37} &= (L_{37} + T_{37}) I'_1 \\ &= (70,84 + 1,277) \cdot 0,886 = 63,90. \end{aligned}$$

Prognoza za mart 1993. godine

$$\begin{aligned} F_{39} &= (L_{37} + 3T_{37}) I'_3 \\ &= (70,84 + 3 \cdot 1,277) \cdot 1,069 = 79,82. \blacklozenge \end{aligned}$$

### 3.3.10. Analiza trenda regresionom linijom

Na osnovu podataka iz vremenskog niza može se pretpostaviti da postoji implicitna uzročno-posledična veza između vremena i posmatrane promenljive. Tada se metodom najmanjih kvadrata može odrediti regresiona linija koja najbolje fituje podatke. Kao nezavisna promenljiva regresije posmatra se vreme  $t$ , a kao zavisno promenljiva veličina koju treba prognozirati, npr. tražnja. Na taj način regresiona linija predstavlja liniju trenda.

Računanje parametara regresione linije objašnjeno je u 2.9.

Kada se koristi linearna regresija, onda se pretpostavlja da je tražnja u određenom trenutku slučajna promenljiva koja podleže normalnoj raspodeli čije je očekivanje jednako vrednosti  $Y$  koordinate u tom trenutku. Standardna devijacija se koristi za računanje intervalnih prognoza i utvrđivanje pouzdanosti prognoze.

Podsetimo da se na osnovu koeficijenta poverenja  $Z$  može izračunati verovatnoća  $P(Z)$  da će posmatrana slučajna promenljiva biti u intervalu  $(Y_i - z S_{Y_i}, Y_i + z S_{Y_i})$ . Praktičari i studenti treba da znaju vrednosti :  $P(1)=0,682$  ,  $P(2)= 0,954$  i  $P(3)=0,997$ . Prema tome, na ovaj način je korišćenjem linearne regresije moguće izračunati intervalnu prognozu kao i verovatnoću njenog ispunjenja.

Za prihvaćeni koeficijent poverenja u toku testiranja modela ili njegove primene beleži se da li je stvarna opservacija unutar ili van izračunatog intervala. Ukoliko se opservacije ne ponašaju po pretpostavljenom zakonu, treba podesiti parametre modela ili napraviti novi model.

Često su podaci u vremenskom nizu autokorelisani ili serijski korelisani. Autokorelacija se dešava kada jedna opservacija teži da bude u korelaciji sa jednom od sledećih. Autokorelacija narušava uslove koji se postavljaju da bi prognoza ili estimacija pomoću regresione linije bila validna. Da bi bila validna, svaka opservacija u vremenskom nizu bi trebalo da bude potpuno nezavisna od bilo koje druge opservacije. Vremenski nizovi obično ne zadovoljavaju ovaj uslov pošto se većina opservacija u nizu može predvideti opservacijom u poslednjem periodu plus ili minus mala promena. Ovo posebno važi kada postoji jaki trend. Regresiona analiza zahteva da su greške oko

regresione linije male, da nisu u međusobnom odnosu i da je njihova očekivana vrednost jednaka nuli.

Ima slučajeva kada visoka tražnja u jednom periodu može da bude znak da će u sledećem periodu biti niska. To ukazuje na negativnu autokorelaciju. U drugim slučajevima, visoka tražnja može da nastane usled uzroka koji će još više da poveća tražnju u narednim periodima. To ukazuje na pozitivnu autokorelaciju.

Kada postoji autokorelacija, regresijom se potcenjuje stvarna varijansa i intervalna prognoza na osnovu granica poverenja je uska. Naprednijim tehnikama prognoziranja može se otkloniti ovaj nedostatak. Bez obzira na iznesene opaske, regresiona analiza obično pokazuje dobre rezultate u analizi trenda i dugoročnoj prognozi.

U stvari, regresiona analiza služi i za prognozu na osnovu ekonomskih indikatora o čemu će kasnije biti više reči.

**Primer 3.6.** U tabeli su prikazani podaci o broju instalisanih robota u industriji jedne zemlje Zapadne Evrope.

Godina	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
Broj robota	790	1385	1920	2750	4150	5270	7930

Izračunati bazne indekse, lančane indekse, prosečnu stopu rasta i predvideti broj instalisanih robota u 1990. godini.

**Rešenje:** Označimo sa  $Y_t$  broj robota u godini  $t$  pri čemu  $t=1,2,\dots,7$ . **Bazni indeks**  $I_{Bt}$  za period  $t$  je procentualno izražen odnos vrednosti posmatrane veličine u tom periodu i njene vrednosti u referentnom periodu. U ovom slučaju to je

$$I_{Bt} = \frac{Y_t}{Y_1} 100\%$$

**Lančani indeks**  $I_{Lt}$  za period  $t$  je procentualno izražen odnos vrednosti posmatrane veličine u tom periodu i njene vrednosti u prethodnom periodu

$$I_{Lt} = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} 100\%$$

Vrednosti baznih i lančanih indeksa prikazane su u sledećoj tabeli.

$t$	1	2	3	4	5	6	7
$I_{Bt}$	100	175	243	348	525	667	1008
$I_{Lt}$	-	175	139	143	151	127	150

Prosečna stopa rasta može se aproksimirati na osnovu prosečne vrednosti lančanog indeksa koja iznosi 148%. Svake godine broj robota se povećavao prosečno za 48 indeksnih poena. Ovi rezultati upućuju na to da se podaci o broju instalisanih robota aproksimiraju eksponencijalnom krivom, tj. da se ovde radi o eksponencijalnom trendu

$$Y = aq^t$$

$$= a(1+s)^t$$

gde je  $s$  prosečna stopa rasta.

Logaritmovanjem se dobija

$$\log Y = \log a + t \log q$$

i posle uvođenja smena  $X = \log Y$ ,  $A = \log a$ ,  $Q = \log q$  zadatak se svodi na određivanje parametara  $A$  i  $Q$  linearne regresije

$$X = A + Qt.$$

Rešavanjem se dobija:  $A = 6,5407$ ,  $a = 692,756$ ,  $Q = 0,3257$ ,  $q = 1,385$  i

$$Y = (1 + 0,385)^t.$$

Prognoza za 1990. godinu je  $Y(10) = 17992$ .

Treba biti oprezan pri korišćenju eksponencijalnog trenda, naročito kada je u pitanju dugoročna prognoza. Eksponencijalni karakter rasta i visoke stope rasta u realnosti su moguće samo za relativno manji broj perioda. Posle toga se ispoljava efekat zasićenja i čitava pojava sa onda bolje aproksimira logističkim trendom. ♦

### 3.3.11. ARMA, ARIMA i novije tehnike

ARMA (AutoRegressive Moving Average) je skraćenica za metodu koja uzima u obzir autoregresiju i pokretnu sredinu. Sličan karakter ima opštija metoda ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average). ARIMA model nije jedinstven već je to opšti model koji se sastoji od kombinacije mogućih odvojenih modela. ARIMA je sistematska metoda koja analizom istorijskih podataka traži pogodan model za prognozu.

Primena ARIMA modela zahteva iskusnog analitičara koji uz pomoć statistike eliminiše neodgovarajuće kombinacije modela dok na kraju ne pronađe pogodnu. Iskustvo i prosuđivanje analitičara je važan deo procesa selekcije. ARIMA modeli se posebno koriste za sisteme prognoziranja sa više ulaza i izlaza.

Autoregresivni model pretpostavlja da su tekuće vrednosti podataka zavisne od njihovih prethodnih vrednosti. Takvi modeli sadrže autoregresivne koeficijente koji pokazuju koliko se vrednost u tekućem periodu može objasniti vrednošću u poslednjem periodu. Autoregresivni koeficijent je analogan nagibu kod klasične regresione analize.

Model pokretne sredine pretpostavlja da su vrednosti tekućih podataka zavisne od grešaka prognoze u prethodnim periodima. Greška prognoze je razlika između stvarnog rezultata i predviđene vrednosti. Ovo znači da je tekuća opservacija funkcija razlike između opservacije u prethodnom periodu i njene greške prognoze. Koeficijent pokretne sredine predstavlja proporcionalni efekat devijacija prognoze za prošli period na tekuću opservaciju.

Integrirani model je onaj koji je prilagođen podacima koji ukazuju na trend i sezonu. Dati vremenski niz može biti predstavljen autoregresivnim modelom, modelom pokretne sredine ili mešavinom autoregresivnog integriranog modela sa pokretnom sredinom.

ARIMA modeli su efektivni za kratkotrajne prognoze. Zato što traže iskusnog statističara nemaju široku primenu u operativnom menadžmentu za mala, srednja pa i veći broj velikih preduzeća.

Pomenimo na kraju ovog dela da se moderne metode tzv. "mekog računa" (soft computing) uspešno oporbavaju i praktično koriste u analizama vremenskih nizova. To su tehnike koje počivaju na teoriji rasplnutih ili fazi (fuzzy) skupova, neuronske mreže i genetski algoritmi. Prve praktične primene pokazuju da u tome ove tehnike mogu da za pojedine klase zadataka po tačnosti prognoze nadmaše klasične metode pa i iskusne stručnjake koji su se smatrali nezamenljivim.

### 3.4. Ekonomski indikatori i ekonometrija

Kao što je već ranije rečeno, u ekonomiji se poznavanje jedne promenljive često može da upotrebi za predviđanje ili estimaciju neke druge promenljive. Donosilac odluke obično koristi ekonomske indikatore koji su u relaciji sa promenljivom prognoze. Takvi indikatori su: bruto nacionalni dohodak, nacionalni dohodak po glavi stanovnika, depoziti banaka itd. Nije neophodno da se otkrije i objasni otkud uzročno posledična veza između indikatora i promenljive koja se prognozira. Potrebno je samo utvrditi korelaciju. U odeljku 2.9. objašnjena je jednostruka linearna regresija koja se najviše i koristi za rešavanje problema u zadacima estimacije i predviđanja.

Višestruka linearna regresija se bavi relacijom između nezavisne promenljive (promenljive koju treba predvideti) i dve ili više nezavisnih promenljivih (promenljive koje se koriste da bi se napravila prognoza). Razlika između jednostruke i višestruke linearne regresije je u broju nezavisnih promenljivih koje se koriste u analizi.

Ako sa  $Y$  označimo zavisnu promenljivu, a sa  $X_1, \dots, X_j, \dots, X_m$ , nezavisne promenljive, onda je višestruka linearna regresija data sa

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + \dots + a_j X_j + \dots + a_m X_m.$$

Neka postoji  $n$  vektora  $\{Y_i, X_{1i}, \dots, X_{ji}, \dots, X_{mi}\}$ ,  $i=1, \dots, n$ , koji predstavljaju statističke podatke o posmatranim veličinama. Parametri linearne regresije određuju se metodom najmanjih kvadrata koja je opisana u 2.9. Normalne jednačine za određivanje parametara su

$$n a_0 + a_1 \sum X_1 + \dots + a_j \sum X_j + \dots + a_m \sum X_m = \sum Y$$

$$a_0 \sum X_1 + a_1 \sum X_1 X_1 + \dots + a_j \sum X_1 X_j + \dots + a_m \sum X_1 X_m = \sum Y X_1$$

$$a_0 \sum X_m + a_1 \sum X_m X_1 + \dots + a_j \sum X_m X_j + \dots + a_m \sum X_m X_m = \sum Y X_m .$$

---

**Primer 3.7.** Vlasnik jedne radionice za izradu nameštaja mesečno je pratio zajedničke troškove i pravio prognoze na osnovu planiranog broja radnih sati u

narednom mesecu. Pošto mu u poslednje vreme prognoze nisu bile dovoljno tačne, on se zapitao da li može da ih poboljša uvodeći u model količinu obrađenog drveta kao još jednu nezavisnu promenljivu. U tabeli su dati podaci o troškovima C, broju radnih sati L i utrošenom drvetu M u sedam poslednjih meseci. Koristeći se metodom višestruke linearne regresije predvideti troškove za naredni mesec za koji je planirano 4 100 sati rada i 2,5 kubnih metara drveta.

Mesec	Troškovi (u hiljadama)	Direktni rad (u hiljadama sati)	Utrošeno drvo (u kubnim metrima)
Mart	3,1	3,9	2,4
April	2,6	3,6	2,1
Maj	2,9	3,8	2,3
Jun	2,7	3,9	1,9
Jul	2,8	3,7	1,9
Avgust	3,0	3,9	2,1
Septembar	3,2	3,8	2,4

**Rešenje:** Označimo sa C - troškove, L - rad i M - materijal. Višestruka linearna regresija je oblika

$$C = a_0 + a_1L + a_2M$$

Normalne jednačine za računanje parametara regresije su

$$7a_0 + 26,6a_1 + 15,1a_2 = 20,3$$

$$26,6a_0 + 101,16a_1 + 57,41a_2 = 77,22$$

$$15,1a_0 + 57,4a_1 + 32,85a_2 = 44,0$$

Wihovim rešavanjem se dobija:  $a_0 = -1,396$   $a_1 = 0,746$   $a_2 = 0,680$ . Za novembar je planirano 4 100 sati direktnog rada i 2,5 kubnih metara drveta, pa su prognozirani zajednički troškovi C= 3 350 din. ♦

Testovi kojima se proverava hipoteza o višestrukoj linearnoj regresiji su složeniji od onih za jednostruku. Testovima značajnosti se utvrđuje da li su parametri uz nezavisne promenljive značajno različiti od nule. Umesto jedinstvenog koeficijenta korelacije koriste se parcijalni koeficijenti korelacije. Parcijalni koeficijenti korelacije pokazuju uticaje svake pojedinačne nezavisne promenljive na zavisnu promenljivu uz pretpostavku da su ostale nezavisne promenljive statistički konstantne.

Višestruki koeficijent korelacije je analogan ranije opisanom koeficijentu korelacije datom za jednostruku regresiju samo što sadrži uticaj više nezavisnih promenljivih. Pri računanju višestrukog koeficijenta korelacije treba uključiti samo one nezavisne promenljive koje imaju značajan parcijalni koeficijent korelacije.

Pri korišćenju višestruke regresije treba paziti da se u modelu ne koriste nezavisne promenljive koje su međusobno korelisane. Kada bi dve nezavisne promenljive bile međusobno jako korelisane, onda bi njihovo korišćenje u regresionoj

jednačini značilo da se dvostruko računa isti uzrok ili efekat. U takvim slučajevima jednu od njih treba jednostavno izbrisati.

Ekonometrijski model je sistem jednačina kojima se objašnjavaju interakcije promenljivih koje se koriste u poslovanju. Modelom treba objasniti relacije između relevantnih promenljivih kao što su ponuda, tražnja, cene i kupovna moć potrošača. Model može da bude veoma složen jer se njime analiziraju uzročno-posledične veze koje deluju na promenljivu prognoze. Često su za eksperimentisanje na modelu potrebne procene vrednosti nekih promenljivih koje nisu zadatak prognoze, ali veoma utiču na promenljive prognoze.

Postoji više vrsta relacija koje treba obuhvatiti ekonometrijskim modelom. U jednoj grupi su relacije koje opisuju ponašanje važnih ekonomskih veličina kao što su relacije za krivu ponude, krivu tražnje i druge krive kojima je dato ponašanje pojedinačnog ekonomskog subjekta (potrošač, preduzeće). Tehničke relacije su uglavnom proizvodne funkcije koje pokazuju odnose ulaza i izlaza proizvodnog sistema. Posebna grupa relacija proizilazi iz važećih zakona i propisa. One ukazuju na granice prihvatljivog društvenog ponašanja (porezi i doprinosi, minimalne zarade). Na kraju, posebna grupa relacija vodi računa o ravnoteži koja treba da postoji između nekih promenljivih.

Ekonometrijski modeli teorijski daju mogućnost da se predvide trenuci kada promenljiva prognoze treba da pređe iz opadanja u rast ili obrnuto. Informacije o tome nekada postoje u vrednostima nezavisnih promenljivih i jednačinama modela. To je bitna prednost u odnosu na analizu vremenskog niza kojom se budućnost prognozira projekcijom prošlosti.

Da bi se obuhvatile sve bitne interakcije, ekonometrijski model mora da ima mnogo jednačina. Sa povećanjem broja jednačina model postaje složeniji za razvoj, testiranje, inicijalno korišćenje, održavanje i usavršavanje u eksploataciji. Za pravilno korišćenje modela potrebno je njegovo dobro poznavanje. Treba znati pretpostavke na kojima je razvijen model i razumeti njegovu strukturu, tj. jednačine koje su u njega ugrađene. To zahteva visoko specijalizovane profesionalce i dobro organizovano održavanje baze podataka. Zato su ekonometrijski modeli skupi i koriste se u statističkim zavodima i nekim velikim firmama.