

## 5. ОДЛУЧИВАЊЕ

### 5.1. Увод

- 5.1.1. Елементи процеса одлучивања
- 5.1.2. Задаци теорије одлучивања
- 5.1.3. Структурирање процеса одлучивања
- 5.1.4. Услови околине
- 5.1.5. Однос према ризику

### 5.2. Одлучивање у условима неизвесности

### 5.3. Одлучивање у условима ризика

- 5.3.1. Модели очекиване вредности одлуке
- 5.3.2. Дрво одлука
- 5.3.3. Модели очекиване вредности и ризичности
- 5.3.4. Модели очекиване корисности

### 5.4. Инвестиционо одлучивање

### 5.5. Вишекритеријумско одлучивање

- 5.5.1. Основни појмови
- 5.5.2. Анализа на скупу вредности критеријума
- 5.5.3. Приступи решавању задатака ВКО
- 5.5.4. Метода тежинских коефицијената
- 5.5.5. Методе растојања
- 5.5.6. Циљно програмирање

*Сви руководиоци, од пословође у погону, до генералног директора, доносе одлуке које утичу на организацију и резултате њеног рада. Доношење одлука је један од њихових најважнијих и најчешћих послова. Без претеривања може се рећи да највећи део свог радног времена руководиоци посвећује проблему доношења одлука.*

*Одлука је избор једне од разматраних могућности - алтернатива. Она представља решење конфликтне ситуације у којој се одређују правци наредних акција.*

*Неке одлуке треба донети одмах, без чекања на резултате дискусија и анализа. Друге одлуке се ослањају на озбиљно урађене анализе и разматрања различитих аспеката њихових последица. Некад одлуке доноси један човек, некада група. Заједничко је да одлука обично утиче и на друге људе који нису укључени у процес одлучивања. Поред тога, ма колико да су објективне анализе могућих одлука, ипак, на крају, преваладају ставови доносиоца одлуке, појединца или групе, који су у крајњој линији значајно личног карактера.*

*Изучавање процеса одлучивања обухвата неколико основних група проблема. Једна се односи на математичке приступе проблему одлучивања у циљу развоја модела погодних за његову анализу и бољи увид у могућности и последице одлуке. Друга група се односи на проучавање човека у процесу одлучивања, на социолошке и психолошке аспекте одлуке. Веома су модерна и интензивна изучавања у области експертних система и система за подршку одлучивању. Мотив је да се у наведеној могућој мери искористе могућности и предности које пружају савремене информационе технологије.*

## 5. ОДЛУЧИВАЊЕ

### 5.1. Увод

#### 5.1.1. Елементи процеса одлучивања

Процес одлучивања се карактерише следећим основним елементима:

*Циљ* је разлог због кога се јавља и решава проблем одлучивања. Он произилази из намере да се нешто оствари или постигне. При формулисању циљева често настају озбиљне тешкоће због потребе да буду прецизно дефинисани.

*Доносилац одлуке* (ДО) је човек или група људи која доноси одлуку. Циљ или интерес који има ДО је мотив одлуци коју доноси.

*Алтернативе* су међусобно искључиве варијанте или одлуке. Алтернативне одлуке се посматрају као средстава за постизање циља. Проблеми одлучивања настају када постоји више начина за постизање циља. Ако има само једно могуће решење, тада се не јавља проблем избора. Некада се као једна од алтернатива разматра и она која се састоји у томе да се не донесе никаква одлука. Састављање што је могуће потпунијег скупа могућих алтернатива је посебно важан задатак који тражи креативан приступ.

*Спољашњи услови* (услови околине, стања природе, стања окружења) су скуп појава које ће утицати на исход одлуке. Обично недостаје потпуна информација о стању природе.

Исходи или вредности критеријума зависе од изабране одлуке и стања природе. У случају када се исход одлуке описује само једном вредношћу, каже се да је проблем једнокритеријумски. Често се исходи описују помоћу неколико показатеља и тада се проблем назива вишекритеријумским. У конкретним анализама се за исходе или критеријуме користе различити термини: плаћање, цена, трошкови, корисност, добитак, губитак и сл.

*Правило избора* одлуке је одређено критеријумском функцијом или функцијом циља која се користи у оцењивању исхода.

#### 5.1.2. Задаци теорије одлучивања

У савременој теорији одлучивања истражује се неколико основних задатака. Први се односи на структурирање процеса одлучивања. Треба направити схему за представљање информација о проблему одлучивања која је погодна за ДО, анализу и доношење оптималних одлука. Ове схеме су основа за развој

рачунарских система за подршку одлучивању. Следећи задатак је развој нормативних поступака који ће помоћи да ДО искаже своје преференције, тј. своје односе према исходима одлуке и њиховим конкретним вредностима. Да би се направила рачунарска имплементација, потребно је развити одговарајуће математичке моделе. На крају, важно је познавати понашање човека у процесу одлучивања да би се моделирала функција корисности ДО.

Сам процес одлучивања може се поделити у две основне фазе и то:

1. формирање алтернатива
2. избор алтернативе.

Формирање алтернатива је обично најкреативнији део процеса доношења одлуке. Начин на који ће се генерисати скуп могућих одлука зависи од конкретног проблема и, сем уопштених упутстава, не постоји универзална метода којом би се то увек добро урадило. Креирање алтернативе зависи од способности и домишљатости актера који учествују у одлучивању.

Алтернатива се бира из скупа који се формира пре непосредног акта одлуке. У том смислу је квалитет одлуке предодређен квалитетом расположивих алтернатива. Ипак, сам избор је у највећем броју случајева озбиљан проблем. За процес бирања и избора алтернативе се често каже да је одлучивање у ужем смислу.

У процесу бирања једне од понуђених алтернатива потребно је обавити различите анализе. При томе се решавају две групе проблема. Прва се односи на избор критеријума и одређивање њихових вредности за сваку од конкретних алтернатива. У пословању се, експлицитно или имплицитно, узима у обзир велики број различитих критеријума од којих су неки међусобно конфликтни. Критеријуми по својој природи могу бити квантитативни (очекивана добит, трошкови производње, обим производње итд), или квалитативни (задовољство корисника, међуљудски односи у колективу и сл). Које критеријуме користити и како оцењивати алтернативе по сваком од њих - први је задатак који треба решити.

Друга група проблема односи се на психолошке особине самог ДО или групе, а посебно: однос према вредностима критеријума, однос према ризику, осећање одговорности и слично.

### 5.1.3. Структурирање процеса одлучивања

Формализација проблема одлучивања погодним моделом представља један од првих корака. При томе се, више него други, користе математички модели који су једна од одредница операционих истраживања као научне основе за рационално доношење одлука. У том смислу, савремени приступ формализује одлучивање петорком  $(A, S, \phi, X, \geq)$  где је:

$A = \{a_i\}$  - скуп алтернатива од којих се бира једна,  $i=1, \dots, m$ .

$S = \{s_j\}$  - скуп могућих (неизвесних) стања околине (природе) и њихов опис, укратко неизвесност,  $j=1, \dots, n$

$\varphi$  - пресликавање одлуке у исход

$\varphi : A \times S \rightarrow X$

$X = \{x_{ij} \mid x_{ij} = \varphi(a_i, s_j)\}$  - исход одлуке или плаћање

$\geq$  - релација преферентности која имплицитно укључује функцију корисности ДО.

Каже се да је исход  $x$  бољи од исхода  $y$  ако и само ако је за ДО корисност  $u(x)$  већа од корисности  $u(y)$

$$x \geq y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y).$$

#### 5.1.4. Услови околине

Према условима окружења у којем се доноси одлука разликују се следећа три случаја:

- \* одлучивање у условима извесности
- \* одлучивање у условима ризика
- \* одлучивање у условима неизвесности.

Човек би најрадије доносио одлуке у условима извесности: тада се са потпуном одређеношћу знају последице сваке од разматраних алтернатива. Понашање окружења је детерминисано и познато: ДО може на основу погодних критеријума да вреднује познате последице и тако са сигурношћу да тврди која је одлука најбоља, поготово у случајевима када се разматра само један критеријум. Такви услови су, на жалост, у пракси веома ретки. Последице одлуке показују се тек у будућности која је, по правилу, неизвесна. Окружење у коме се доноси одлука и на које ће одлука деловати, на пример тражња на тржишту, обично није под потпуном контролом ДО и увек је, више или мање, неодређено.

У структурирању недетерминистичких проблема одлучивања обично се претпостави да окружење може да има неколико карактеристичних стања. Ако је за свако од посматраних стања могуће одредити вероватноће појављивања, онда је у питању проблем доношења одлука у условима ризика. У случају када постоји листа могућих стања природе за која се не могу оценити вероватноће појављивања, већ се само зна да се могу десити, онда је у питању проблем доношења одлука у условима неизвесности.

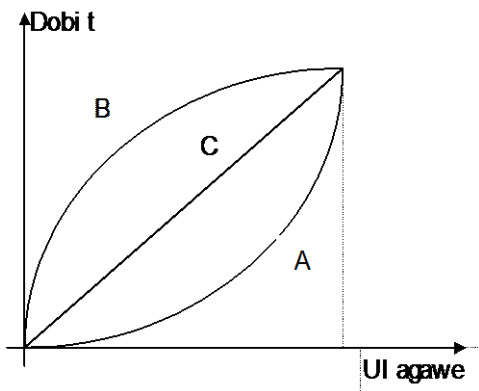
Моделирање проблема одлучивања у условима ризика проширује се и на случајеве када је стање окружења континуална величина чије се појављивање може описати континуалном функцијом расподеле вероватноће.

### 5.1.5. Однос према ризику

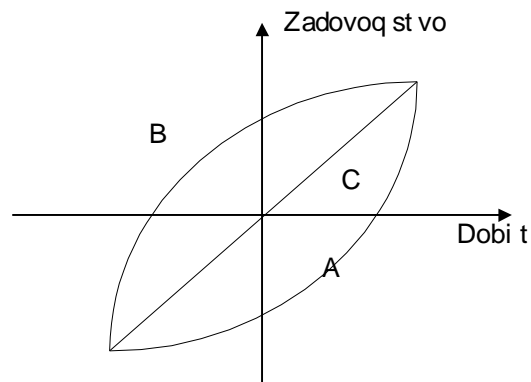
Кад год се доноси одлука у условима ризика или у условима неизвесности, поред аналитичких метода за оцењивање квалитета одлуке потребно је имати на уму субјективни однос ДО према ризику. Искуство и истраживања показују да се сви људи не понашају једнако у сличним ситуацијама са ризиком: неки лако прихватају ризичне изазове, други врло тешко. Уобичајена је класификација у следеће три групе:

- А. Људи склони ризику
- Б. Људи одбојни према ризику
- Ц. Људи са рационалним односом према ризику.

Понашање припадника појединих група на примеру улагања новца, илустровано је сликама 5.1. и 5.2. Криве на слици 5.1. представљају улоге које су спремни дати припадници појединих група у зависности од очекиване добити. Претпоставља се да су резултати улагања неизвесни тако да добит може да буде већа или мања, али да је објективном методом могуће израчунати очекивану вредност добити. Људи склони ризику, крива А, спремни су да у подухват уложе новац већи од очекиване добити. Људи са одбојношћу (аверзијом) према ризику уложиће новац само ако је очекивана добит већа од улога, крива Б. Људи са рационалним односом према ризику уложиће онолико колика је очекивана добит.



Слика 5.1. Класификација по односу према ризику



Слика 5.2. Однос према ризику

Слично се тумачи понашање људи у условима ризику помоћу кривих на слици 5.2. Овде је на апсциси приказана добит, а на ординати субјективна корисност. Људи који прихватају ризик имају задовољство, позитивну корисност, само ако је добит већа од неке граничне вредности. Мале добити они схватају као губитак и пораз. За разлику од њих, људи са одбојношћу према ризику задовољни су кад год имају било какву добит па чак и кад немају велики губитак. На крају, рационални однос према ризику карактеристичан је за људе који сваку добит схватају као задовољство, а сваки губитак као незадовољство.

### 5.2. Одлучивање у условима неизвесности

Проблеме одлучивања у условима неизвесности одликује недостатак информација о томе колико су вероватна претпостављена стања окружења. Структурирање проблема почиње идентификацијом и дефинисањем могућих стања природе и алтернативних одлука. Затим се за сваку одлуку и свако стање израчуна исход. Као и у свим задацима одлучивања, проблем је наћи најбољу одлуку. Ограничићемо разматрање на проблем максимизације, тј. на проблем одлучивања у коме је одлука боља ако је вредност исхода већа.

Ради ефикасне анализе препоручује се формирање таблице исхода. У овој таблици колоне одговарају стањима природе, а редови алтернативама.

Анализу и решавање проблема одлучивања у условима неизвесности илустроваћемо следећим једноставним примером.

---

**Пример 5.1.** Произвођач магнетних трака има понуду за израду веће количине трака. Производњу по овој понуди може да реализује на један од следећа три начина:

- a1. Проширењем постојећег погона
- a2. Изградњом новог погона

а3. Ангажовањем подизвођача.

Менаџер је идентификовао следећа четири могућа стања окружења у односу на тражњу трака у будућности:

- с1. Тражња ће бити висока.
- с2. Тражња ће бити умерена.
- с3. Тражња ће се смањити.
- с4. Престаће тражња.

Из службе анализе је добио следећу таблицу која садржи добити фирме у зависности од одлуке и стања окружења.

Алтернативе	Стање природе (тражња)			
	Висока	Умерена	Ниска	Престанак
Проширење	500	250	- 250	- 450
Изградња	700	300	- 400	- 850
Подизвођач	300	150	- 10	- 100

Коју одлуку треба да донесе генерални менаџер? ♦

Постоји више приступа решавању постављеног проблема. Они се разликују по претпоставци од које полази ДО, односно од његовог става према неизвесности. Навешћемо четири приступа.

1. Оптимистички приступ или оптимистички критеријум полази од претпоставке да ће се десити стање природе које највише одговара ДО. На основу те претпоставке бира се алтернатива која даје највећу вредност критеријумске функције. Према томе, оптимална одлука  $a^*$  бира се на основу тзв. махимах критеријума према коме је то она алтернатива  $a_i$  за коју је

$$x^* = \max_i \max_j \{x_{ij}\}. \quad (5.1)$$

Примењујући овај приступ, изабраће се одлука  $a_2$  - изградња новог погона.

2. Песимистички приступ или песимистички критеријум полази од претпоставке да ће се у будућности десити најнеповољније стање природе. Исход конкретне одлуке биће најгори могући. Зато треба изабрати ону алтернативу за коју је песимистички исход бољи од песимистичких исхода других алтернатива. Оптимална одлука  $a_*$  се бира на основу тзв. махимин критеријума према коме је то она алтернатива  $a_i$  за коју је

$$x_* = \max_i \min_j \{x_{ij}\}. \quad (5.2)$$

По овом критеријуму је најбоља одлука за проблем из примера алтернатива  $a_3$  - ангажовање подизвођача.



3. Приступ минималног кајања или критеријум минималног кајања полази од тога да треба донети одлуку због које ће се ДО најмање кајати ако се покаже да она није оптимална за остварено стање природе. Кајање се при томе мери као разлика вредности оптималне и изабране одлуке за одређено стање природе. Овде треба најпре израчунати могућа кајања која такође зависе од одлуке и од стања природе. Кајања се рачунају на следећи начин.

Уколико се оствари стање природе  $j$ , кајања неће бити ако је изабрана одлука која је оптимална за то стање, тј. ако је изабрана одлука  $a_i(j)$  којој одговара  $x_{ij}^*$

$$x_{ij}^* = \max_i \{ x_{ij} \} \quad (5.3)$$

За одлуку  $a_i$  кајање  $p_{ij}$  је једнако разлици између могућег (оптималног) и оствареног резултата

$$p_{ij} = x_{ij} - x_{ij}^* \quad (5.4)$$

Избор одлуке у овом приступу врши се тако да максимално могуће кајање у будућности буде што мање. То значи да се користи тзв. минимак критеријум у односу на вредност кајања

$$x^* = \min_i \max_j \{ p_{ij} \} \quad (5.5)$$

За проблем произвођача магнетних трака таблица кајања је

Алтернативе	Стање природе (тражња)			
	Висока	Умерена	Ниска	Престанак
Проширење	200	50	240	350
Изградња	0	0	390	750
Подизвођач	400	150	0	0

Најбоља одлука је  $a_1$  - проширење погона.

4. У приступу који се назива рационални, уводи се у рачун коефицијент оптимизма  $\alpha$  који задаје ДО и са којим он може експериментисати. Вредност овог коефицијента је између 1 и 0, при чему  $\alpha = 1$  одговара оптимистичком, а  $\alpha = 0$  песимистичком критеријуму. Такозвана "реална" вредност  $c_i''$  одлуке  $a_i$ , односно рационални или Хурвицов критеријум, рачуна се тако што се оптимистичка вредност одлуке помножи коефицијентом  $\alpha$ , а песимистичка коефицијентом  $(1 - \alpha)$

$$c_i'' = \max_j \{ c_{ij} \} + (1 - \alpha) \min_j \{ c_{ij} \} \quad (5.6)$$

Од алтернатива се бира она којој одговара највећа реална вредност

$$c_i''^* = \max \{ c_i'' \}$$

Ако се узме  $\alpha = 0,5$ , као најбоља одлука за произвођача трака по овом критеријуму биће одлука  $a_3$  - ангажовати подизвођача.

### 5.3. Одлучивање у условима ризика

У случајевима када крајњи исход одлуке зависи од фактора који су ван контроле, рационални ДО радије прихвата одлучивање у условима ризика (када познаје вероватноће појављивања могућих догађаја у будућности) него одлучивање у условима неизвесности (када не познаје вероватноће могућих догађаја). Разлог томе је што информација о ризику, када постоји, даје бољи увид у проблем одлучивања и може да укаже ДО на факторе на које би евентуално могао утицати да би смањо ризик или последице ризичног догађаја.

У анализи проблема одлучивања у условима ризика полази се од тога да су познате вероватноће појављивања могућих стања природе. Стање окружења је случајни догађај па је зато вредност исхода, која зависи од стања, такође случајна величина. У најједноставнијим случајевима одлука се доноси на основу очекиване вредности исхода. Детаљније анализе укључују разматрање функције расподеле и њених момената, као и субјективни однос ДО према вредности, ризику и времену.

#### 5.3.1. Модели очекиване вредности одлуке

Када се разматра један изоловани проблем одлучивања, погодно је поново користити талицу исхода, табела 5.1, која обухвата: скуп алтернатива  $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ , скуп стања природе  $C = \{c_1, \dots, c_n\}$ , скуп вероватноћа појављивања одговарајућих стања  $\Pi = \{\Pi(c_1), \dots, \Pi(c_j), \dots, \Pi(c_n)\}$  и скуп вредности исхода за сваку могућу одлуку  $x_{ij} = x(a_i, c_j)$  у зависности од стања природе.

Табела 5.1. Оквир за одлучивање уз ризик

Вероватноћа стања	$\Pi(c_1)$	$\Pi(c_j)$	$\Pi(c_n)$
Стања	$c_1$	$c_j$	$c_n$
Алтернативе $A$	Исходи (Објективне оцене)		
$a_1$	$x(a_1; c_1)$	$x(a_1; c_j)$	$x(a_1; c_n)$
...	...	...	...
$a_m$	$x(a_m; c_1)$	$x(a_m; c_j)$	$x(a_m; c_n)$

У најједноставнијим моделима се као критеријум на основу којег се доноси одлука користи очекивана вредност исхода или очекивана вредност одлуке коју треба максимизирати, ако је у питању добит, или минимизирати, ако је у питању губитак. Очекивана вредност  $x_{иср} = V(x_i)$  одлуке  $a_i$  дефинише се као математичко очекивање исхода одлуке

$$x_{иср} = V(x_i) = E[x_i] = \sum_j \Pi(c_j) x(a_i, c_j)$$

Када се посматрају две одлуке  $x$  и  $y$ , каже се да је одлука  $x$  боља од одлуке  $y$ ,  $x \geq y$ , ако и само ако је вредност одлуке  $V(x)$  већа од вредности одлуке  $V(y)$ ,  $V(x) \geq V(y)$ .

Налажење оптималне одлуке по овом критеријуму значи решавање следећег математичког задатка

$$\max \{ \sum_j P(c_j) x(a_n, c_j) ; a_n \in A \}. \quad (5.7)$$

Овај модел претпоставља да су познате све величине из таблице исхода и да је у питању рационалан однос ДО према ризику што значи да је вредност одлуке погодан критеријум за посматрани проблем одлучивања.

---

**Пример 5.2.** Једна компанија треба да одлучи да ли да изгради велики или мали погон за производњу уређаја чији се животни век прогнозира на пет година. Изградња и покретање производње у великом погону би коштала 2800000 дин., а у малом само 1400000 дин. Процењене вероватноће тражње у наредних пет година су: висока тражња - вероватноћа 0,5; умерена тражња - вероватноћа 0,3; ниска тражња - вероватноћа 0,2. Анализа трошкова и профита у зависности од обима производње је дала следеће прогнозе:

1. Велики погон и велика тражња даваће годишње профит од 2000000 дин.
2. Велики погон и умерена тражња даваће годишње профит од 1200000 дин.
3. Велики погон и ниска тражња даваће годишње профит од 400000 дин.
4. Мали погон и велика тражња даваће годишње профит од 500000 дин.
5. Мали погон и умерена тражња даваће годишње профит од 900000 дин.
6. Мали погон и ниска тражња даваће годишње профит од 1100000 дин.

**Решење:** Подаци из текста се могу прегледно представити следећом таблицом исхода.

Алтернативе	Стање окружења (тражња) и вероватноће		
	Велика (0,5)	Умерена (0,3)	Ниска (0,2)
Велики погон	2000	1200	400
Мали погон	500	900	1100

Очекивани годишњи профит су:

за изградњу великог погона

$$d_1 = 0,5 \cdot 2000 + 0,3 \cdot 1200 + 0,2 \cdot 400 = 1440$$

за изградњу малог погона

$$d_2 = 0,5 \cdot 500 + 0,3 \cdot 900 + 0,2 \cdot 1100 = 740.$$

Очекиване добити за пет година су

$$D_1 = 5 \cdot 1440 - 2800 = 4400$$

$$D_2 = 5 \cdot 740 - 1400 = 2300.$$

---

Према томе, пошто је  $D_1 > D_2$ , треба изградити велики погон. ♦

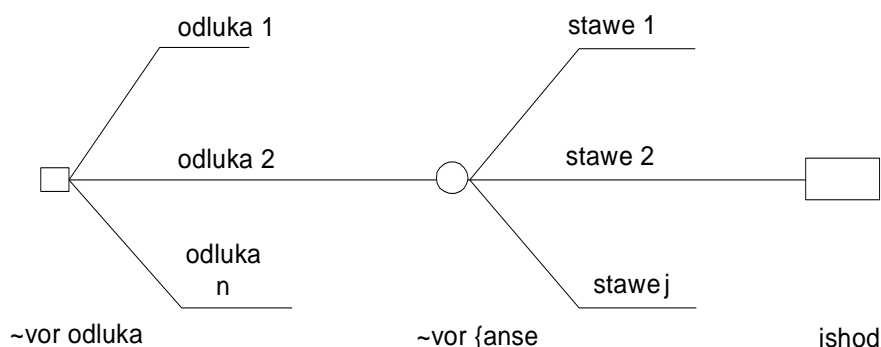
---

### 5.3.2. Дрво одлука

Дрво или стабло одлука је графовски или мрежни приказ проблема одлучивања. То је граф типа дрво (стабло) у коме чворови и гране одговарају елементима процеса одлучивања. Стандардно се користи у структурирању процеса одлучивању у условима ризика и неизвесности, поготово у случајевима када после основне одлуке, која се доноси одмах, треба доносити одлуке и касније у зависности од стања природе. Тада задатак није избор једне изоловане одлуке већ избор алтернативе која укључује основну одлуку и њене варијанте, тј. будуће одлуке које ће бити одређене стањем природе. Алтернативе које се анализирају у таквим ситуацијама, називају се политике или стратегије. Политика је, дакле, низ одлука или акција које ће се предузимати у зависности од реализованих стања природе а којима се разматрани систем или процес води постављеном циљу. Појам политике овде потиче од енглеске речи полицу или политу и означава курс или план акција, тј. начин управљања ради постизања извесних циљева; овај појам не треба мешати са уобичајеним тумачењем речи политика (енглески политицс) које се односи на владање грађанима.

Дрво одлука служи као олакшица при структурирању проблема, анализи стања природе, израчунавању последица појединих одлука и коначном доношењу оптималне политике. Примена дрвета одлука састоји се од две основне фазе. Прва се односи на конструкцију дрвета, а друга на проналажење оптималних политика.

Основни елементи дрвета одлука су чворови и гране. Разликују се три врсте чворова: чворови одлука, чворови шансе и крајњи (терминални) чворови. Чвор одлуке се представља квадратићем, а чвор шансе кружићем, слика 5.3. Корен дрвета је чвор одлука и он одговара проблему почетне одлуке. По правилу, чвор одлуке следе чворови шансе и обрнуто, чвор шансе следе чворови одлуке. На крају се доспева у чворове дрвета који одговарају коначним исходима, а који се у теорији графова називају листови графа.



Слика 5.3. Чворови у дрвету одлука

Гране које излазе из чвора одлуке одговарају алтернативама или конкретним одлукама, а гране које излазе из чвора шансе стањима окружења. Према томе, свакој одлуци која се може донети у чвору одлуке одговара једна грана, а свакој грани која излази из чвора одлуке једна одлука. Слично томе, свакој грани која излази из чвора шансе одговара једно стање окружења и свакој грани једно окружење. Гране одлука описују се називом одлуке, а гране стања називом окружења, вероватноћом појављивања и вредношћу критеријума за конкретни случај одлуке и стања природе.

Анализа помоћу дрвета одлука састоји се у оцењивању могућих политика за различита стања природе. Сваки низ одлука и стања одговара једном путу од корена до листа дрвета. Треба наћи политике које највише одговарају ДО, односно одредити оптималне одлуке у оним чворовима одлука у које се у зависности од стања окружења и претходних одлука може доспети. Поступак анализе и избора оптималне политике помоћу дрвета одлука илустроваћемо у следећем примеру.

---

**Пример 5.3.** Власник радионице је огласио да жели да купи нову машину за израду одређених лимених делова. Добио је следеће три понуде. Прва понуда је машина А која производи делове прихватљивог, али не првокласног квалитета. Излаз из машине А је променљив (зависи од материјала и подешавања машине) и може да буде 1000 комада недељно са вероватноћом 0,1, 2000 комада недељно са вероватноћом 0,7 или 3000 комада недељно. Процењени профит за делове које производи ова машина износи 4 динара по комаду. Друга понуда је машина Б која прави делове вишег квалитета. Излаз из ове машине може да буде 700 комада недељно са вероватноћом 0,4, или 1000 комада недељно. Процењени профит за делове које производи ова машина је 10 динара по комаду. Трећа понуда је машина Ц која се може подесити да производи 1300 комада недељно делова чији је процењени јединични профит 6 динара, или 1600 комада недељно делова чији је процењени јединични профит 5 динара.

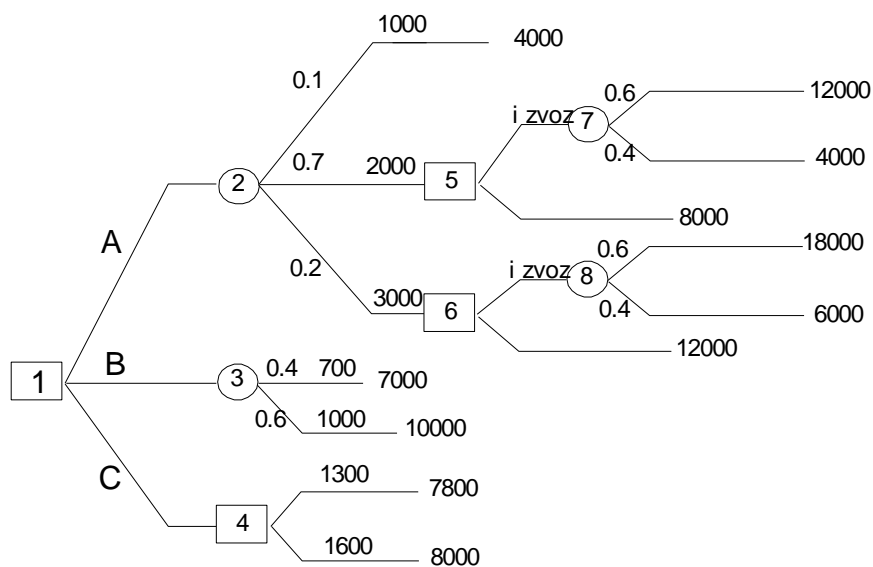
У случају да производи бар 2000 комада недељно, власник може целу производњу да извезе на страну тржиште. Тада постоји шанса од 60% да се извезена роба прода са профитом већим за 50% и шанса од 40% да се иста роба прода са профитом мањим за 50% у односу на домаће тржиште.

Шта треба урадити да би се максимизирао очекивани профит?

**Решење:** Дрво одлуке за овај пример приказано је на слици 5.4. Почиње се од корена дрвета одлука, у овом случају од чвора одлуке из којег излазе три гране које одговарају куповини прве, друге или треће машине. Прве две од ових грана завршавају се чворовима шансе, а трећа чвором одлуке. Ако се купи прва машина, постоје три могућа стања окружења која одговарају производњи 1000, 2000 и 3000 комада, са вероватноћама 0,1, 0,7 и 0,2, респективно. За случај да се производи 2000 или 3000 комада треба донети одлуку да ли извозити или не. Према томе, гране које одговарају тим стањима завршавају се чворовима одлука чији су могући излази одлука да се извози или не извози. Ако се донесе одлука да се извози, онда постоје два могућа стања чије су вероватноће 0,6 и 0,4. Ако се, нпр, произведе 2000 комада и донесе одлука да се производња извезе, са вероватноћом 0,6 оствариће се профит од  $1,5 \cdot 4 \cdot 2000 = 12000$  динара, а са вероватноћом 0,4 профит у износу од  $0,5 \cdot 4 \cdot 2000 = 4000$  динара. Ове вредности су приказане на листовима графа који представља проблем одлучивања. Сличним поступком конструисано је дрво одлука приказано на слици 5.4.

После конструкције дрвета одлука која представља структурирање проблема одлучивања следи, анализа у циљу изналажења оптималних одлука. Основна анализа се заснива на коришћењу очекиваних вредности исхода за изабрану одлуку и стање окружења. Рачунање очекиваних вредности одвија се у смеру супротном од смера конструисања дрвета: почиње се од листова дрвета и завршава у корену. Резултати се такође приказују на дрвету одлука, слика 5.5.

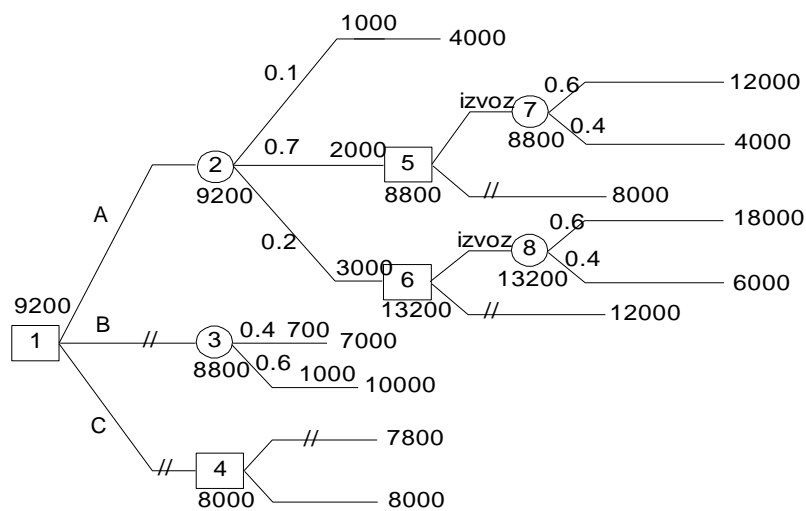
Листови одговарају конкретним реализацијама одлука и стања и вредности у листовима су дати као улазни подаци за проблем одлучивања. Очекиване вредности се најпре рачунају за чворове шансе.



Слика 5.4. Дрво одлуке за пример 5.3.

За чвор шансе који је на слици 5.5. нумерисан бројем 7 очекивана вредност износи

$$E(7) = 0,6 \cdot 12000 + 0,4 \cdot 4000 = 8800.$$



Слика 5.5. Дрво одлуке за пример 5.3, наставак

Пошто се одреде очекиване вредности за чворове шансе, рачунају се очекиване вредности у чворовима одлуке. Ово се ради уз претпоставку да се бира оптимална одлука, тј. одлука којој одговара највећа вредност очекиваног исхода. За чвор одлуке нумерисан бројем 5 очекивана вредност је 8800 и она одговара одлуци да се производња изведе. Према томе, ако се купи машина А и ако се оствари производња од 2000 комада, онда њу треба извести. Гране које одговарају одлукама које нису оптималне обележавају се цртицом које симболизују прекид гране.

Очекивана вредност у следећем чвору шансе рачуна се на аналоган коришћењем очекиваних вредности у чворовима одлука или у листовима који следе чвор шансе. Тако је за чвор 2 очекивана вредност

$$E(2) = 0,1 \cdot 4000 + 0,7 \cdot 8800 + 0,2 \cdot 13200 = 9200.$$

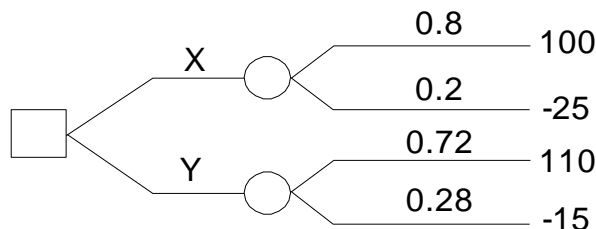
На крају се добија очекивана вредност одлуке у полазном чвору и одлука која је оптимална. То је у овом примеру одлука да се купи машина типа А, а очекивани профит је 9200 динара. ♦

### 5.3.3. Модели очекиване вредности и ризичности

Исход одлуке у неизвесној будућности је случајна величина. Математичко очекивање је само један од параметара који је описују и јасно је да оно не укључује све информације о случајном карактеру исхода. Из праксе је познато да две одлуке које имају једнака математичка очекивања не морају да буду једнако прихватљиве за ДО. У таквим случајевима се по правилу бира одлука која је мање ризична. На пример, истраживања су показала да је у проблему одлучивања приказаном на слици 5.6. већина испитаника радије бирала одлуку Х иако је  $V(X) = V(Y)$ , тј.

$$V(X) = x_{cp} = 0,8 \cdot 100 + 0,2 \cdot (-25) = 75$$

$$V(Y) = y_{cp} = 0,72 \cdot 110 + 0,28 \cdot (-15) = 75$$



Слика 5.6. Одлуке Х и Y имају једнаке очекиване вредности

Проблем мерења и рачунања ризичности, односно ризика одлуке обично се решава тако што се у рачун уводи други моменат случајне величине. Ризик  $R(X)$  одлуке Х дефинише се варијансом исхода

$$R(X) = \text{Var}(X) = E[(X - x_{cp})^2] = \sum_j \Pi(c_j) (x_j - x_{cp})^2. \quad (5.8)$$



Одлука  $X$  је ризичнија од одлуке  $Y$ ,  $X \succ_p Y$ , ако и само ако је  $P(X) > P(Y)$ .

У примеру са слике 5.6. добија се

$$P(X) = E[(X-x)^2] = 0,8 \cdot (100 - 75)^2 + 0,2 \cdot (-25 - 75)^2 = 2500$$

$$P(Y) = E[(Y-y)^2] = 0,72 \cdot (110 - 75)^2 + 0,28 \cdot (-15 - 75)^2 = 3150.$$

Ризик дефинисан варијансом довољан је за објашњење одлуке у овом конкретном случају.

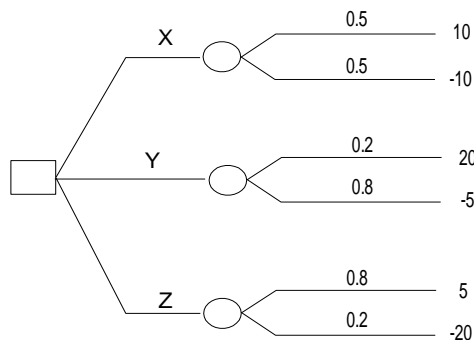
Размотримо сада проблеме одлучивања када се вредности и ризици две одлуке међусобно незнатно разликују. У таквим случајевима може да се користи модел у коме као критеријум за оцену ваљаности одлуке служи нека функција  $\phi(x_{cp}, P(X))$ . Ова функција треба да изрази извесни компромис између вредности и ризика. Она треба да је монотono растућа по вредности одлуке и монотono опадајућа по ризику. Један једноставни облик за функцију је

$$\phi(x_{cp}, P(X)) = \alpha x_{cp} - (1-\alpha)P(X), \quad 0 < \alpha < 1.$$

Када се посматрају две одлуке  $X$  и  $Y$ , каже се да је одлука  $X$  боља од одлуке  $Y$ ,  $X \succ Y$ , ако и само ако је

$$\phi(x_{cp}, P(X)) > \phi(y_{cp}, P(Y)). \quad (5.9)$$

Постоје ситуације у којима се понашање ДО не може објаснити предложеним моделом. Као њихову илустрацију посматрајмо проблем одлучивања представљен на слици 5.7.



Слика 5.7. Одлуке које имају исте очекиване вредности и ризике

За пример са слике 5.7. је

$$EШX\bar{h} = EШY\bar{h} = EШZ\bar{h} = 0$$

$$EШ(X-x_{cp})^2\bar{h} = EШ(Y-y_{cp})^2\bar{h} = EШ(Z-z_{cp})^2\bar{h} = 100.$$

По критеријуму (5.9) све три одлуке су једнако добре. Истраживања су, међутим, показала да већина бира одлуку 3. Ово је навело истраживаче да као ризик у

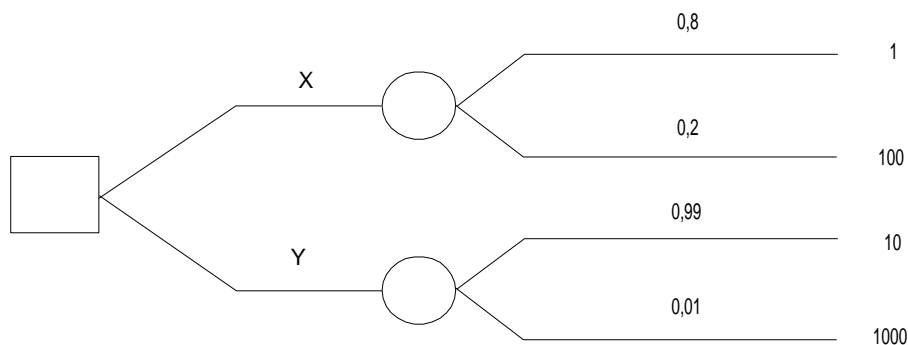
моделима за функцију  $f(x_{cp}, P(X))$ , са више или мање успеха, користе другачије дефиниције, као на пример

$$P(X) = EШХ \cdot \sigma^2 \cdot \sigma^2, \quad \sigma^2 > 0$$

$$P(X) = KEШe^{-\mu X} \cdot \sigma^2.$$

### 5.3.4. Модели очекиване корисности

Сви досадашњи модели су се заснивали на претпоставци да је одлука боља ако има већу очекивану вредност и мањи ризик. Истраживања на проблему приказаном на слици 5.8. су показала да та претпоставка не мора да буде увек испуњена.



Слика 5.8. Одлука Y има мању очекивану вредност и већи ризик

За овај проблем је:  $EШХ = 20,8$ ,  $EШ(X-x_{cp})^2 = 1468$ ,  $EШY = 19,9$ ,  $EШ(Y-y_{cp})^2 = 9703$ . Одлука Y има мању очекивану вредност и већи ризик али је већина бира пре него одлуку X, поготово људи одбојни на ризик.

Наведена анализа упућује на коришћење очекиване корисности ДО. Ово претпоставља да је позната функција која пресликава вредност  $x$  на корисност  $u(x)$ . Затим се рачуна очекивана корисност  $EШu(X)$ .

Када се посматрају две одлуке X и Y, каже се да је одлука X боља од одлуке Y,  $X > Y$ , ако и само ако је очекивана корисност

$$EШu(X) > EШu(Y). \quad (5.10)$$

Ако се пође од тога да се корисност  $u(x)$  може апроксимирати логаритамском функцијом  $u(x) = \log x$ , тада се за разматрани пример може израчунати  $EШu(X) = 0,4$  и  $EШu(Y) = 1,02$ , што се може прихватити као објашњење понашања људи.

Моделирање функције корисности је отворено питање и изазов истраживачима у области анализе одлука.

Чињенице да људи и групе људи различито доживљавају ризичне ситуације и да подаци са којима се барата у процени ризика често нису поуздани, упућују на стварање нових оквира за доношење одлука. Један такав приступ приказан је у табели 5.2.

У овом приступу се уместо једног критеријума, нето вредност одлуке, уважава околност да постоји више критеријума који се не могу директно поредити нити свести на монетарну вредност. Зато  $x(a_n; c_j)$  у табели 5.2. није скаларна већ по правилу векторска величина, тј. није један број већ може бити скуп бројева који одговарају вредностима различитих критеријума. Поред тога, подаци који се уносе у табелу не морају бити резултати објективних анализа, већ то могу бити и субјективне процене ДО које одражавају његову функцију корисности.

Нови приступ структурирању процеса одлучивања треба, дакле, да препозна и поштује функцију корисности ДО, односно његов став према вредностима и ризику. Уместо обрасца (5.7) за рачунање очекиване вредности одлуке, сада треба израчунати очекивану корисност одлуке

$$E(y) = \sum_C \Pi(c_j) y[x(a; c_j)] \quad (5.11)$$

а затим решити проблем максимизације очекиване корисности.

$$\max E(y)$$

$$a \in A$$

Табела 5.2. Оквир за структурирање одлучивања

Веров. стања	$\Pi(c_1)$	$\Pi(c_j)$	$\Pi(c_m)$
Стања	$c_1$	$c_j$	$c_m$
Алтернативе $A$	Исходи (Субјективне оцене)		
$a_1$	$y(\Pi(a_1; c_1))$	$y(\Pi(a_1; c_j))$	$y(\Pi(a_1; c_m))$
...	...		
$a_n$	$y(\Pi(a_n; c_1))$	$y(\Pi(a_n; c_j))$	$y(\Pi(a_n; c_m))$

Остаје отворено питање који је облик функције корисности и како она зависи од елемената који се користе у класичној рационалној анализи одлука.

#### 5.4. Инвестиционо одлучивање

При анализи и доношењу инвестиционих одлука јасно се уочава још један битан феномен који прати већину проблема одлучивања. Ради се о ставу ДО према вредностима у зависности од временског тренутка када се оне остварују, поготово ако је у питању новац.

Под инвестицијом се овде подразумева улагање капитала у неки пословни подухват, производњу или пројекат, чији ће се ефекти показати у будућности. Имплицитно се претпоставља да ће се уложени капитал повратити и

да ће се још остварити добит. У том смислу, инвестиција је одрицање од извесних садашњих, ради неких будућих задовољстава. Одлука о улагању представља израз спремности ДО на привремено жртвовање и чекање.

Коначној анализи и одлуци о инвестицији претходе истраживања и израде низа студија. Најпре се у служби за истраживање тржишта ради студија потреба. Она треба да одговори на питања да ли производ у чију се производњу разматра могућност улагања, има тражњу на тржишту, колика је тражња и колико је потенцијални купац спреман да плати. Студија изводљивости, која се ради у служби за истраживање и развој, треба да одговори на питања да ли фирма располаже потребним ресурсима за остварење подухвата и колико би износили трошкови. Идејни пројекат даје идејна решења са аспекта техничке реализације што значи да се у њему не иде на детаљне разраде иако се анализирају различите варијанте реализације. У идејном пројекту се прецизније него у ранијим студијама разматрају и процењују трошкови и приходи.

После идејног пројекта и одлуке да се уђе у инвестицију праве се детаљни инвестициони и извођачки планови као и план будуће експлоатације инвестиције.

Мада на коначну одлуку утиче већи број различитих чинилаца, овде ће се разматрати икључиво финансијски аспекти. Полази се од тога да се из анализе и процене улагања, трошкова, прихода и добити, као и њихове класификације, финансијски подаци о проблему одлучивања могу, на крају, приказати као у следећој табlici.

К	0	1	...	к	...	н
$I_k$	$I_0$	$I_1$	...	$I_k$	...	$I_n$
$D_k$	$D_0$	$D_1$	...	$D_k$	...	$D_n$

Овде индекс  $k$  означава период, обично се рачуна да је то једна година,  $I_k$  је инвестиција тј. количина новца уложена у периоду  $k$ , а  $D_k$  је добит у периоду  $k$ . Сви подаци се дају у садашњим ценама чиме се при одлучивању елиминише утицај инфлације. Инвестиције  $I_k$  постоје, по правилу, у првим годинама, а добити  $D_k$  се реализују тек касније. Подаци у табlici се називају и новчани ток или ток готовог новца (цасх флоџ).

На основу података из табlice треба помоћи ДО да закључи да ли да уђе у инвестицију или не.

Неке од основних проблема са којима се суочава ДО и могуће критеријуме које може користити да би их превазишао илустроваћемо помоћу једноставног примера са два инвестициона предлога чији су новчани токови приказани следећом таблицом.

к		0	1	2	3	4	5
А	И <sub>А</sub>	30					
	Д <sub>А</sub>		5	10	15	25	20
Б	И <sub>Б</sub>	30					
	Д <sub>Б</sub>		15	15	10	0	0

Питање је која се од разматраних инвестиција више исплати.

Пошто су сви подаци дати у садашњим ценама, први приступ решавању проблема одлучивања био би на основу апсолутне вредности профита  $\square$  који се рачуна као разлика укупних добити и укупних улагања

$$\square = \square D_k - \square I_k. \quad (5.12)$$

За податке из таблице имамо

$$\square_A = 5 + 10 + 15 + 25 + 20 - 30 = 45$$

$$\square_B = 15 + 15 + 10 - 30 = 10$$

По овом критеријуму боље је уложити у пројекат А него у пројекат Б.

Наведени критеријум не узима у обзир динамику улагања и повраћаја средстава. Из података се види да се уложени новац спорије враћа на пројекту А него на пројекту Б. Нормално је ДО жели да му се инвестирани новац што пре поврати. То је увек случај ако је будућност јако неизвесна. Тада може да се као критеријум користи период повраћаја средстава. То је период у коме кумулативно рачуната укупна добит постаје једнака или већа од уложених средстава. У овом примеру бољи је пројекат Б јер се средства враћају за две године, него пројекат А на коме се средства враћају тек после три године. Поред тога, у првој години ће се на пројекту Б вратити половина средстава, а на пројекту А само шестина; за прве две године на пројекту А повратиће се само половина средстава.

Период повраћаја средстава може се рачунати и преко дисконтованих вредности што ће касније бити објашњено.

Наредни традиционални приступ за оцену инвестиција је просечна стопа приноса (повраћаја) која се назива и књиговодствена стопа приноса (повраћаја) искоришћеног капитала. Постоји више начина за њено рачунање. У суштини, требало би израчунати однос просечног годишњег профита који ће створити инвестиција према капиталу који је за њу потребан. Једноставан приступ је дељење просечног годишњег профита уложеним средствима

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{\infty} d_k}{\sum_{k=0}^{\infty} I_k} \quad (5.13)$$

По овом критеријуму је

$$p_A = 75/5 \cdot 30 = 50\%$$

$$p_B = 40/3 \cdot 30 = 44\%$$

што значи да је по њему бољи пројекат А.

Просечна стопа приноса као критеријум за избор инвестиције има предност у односу на период повраћаја средстава. Она се заснива на рачуноводственим правилима за усредњавање добити и уложеног капитала. То јесте предност али не обавезно и из перспективе ДО јер се простим усредњавањем не води рачуна о временској динамици тока новца и временској вредности новца.

Да би се експлицитно водило рачуна о вредности новца у зависности од времена, уведена је нето садашња вредност инвестиције као критеријум који је постао најважнији у оцењивању инвестиционог предлога. Основна идеја на основу које је развијен овај критеријум потиче из следеће анализе.

Претпоставимо да сада имамо  $x$  динара и да их оорочимо на  $k$  година са просечном годишњом каматном стопом  $i$ . После  $k$  година добићемо  $x(1+i)^k$  динара. Посматрајмо сада обрнут случај: кроз  $k$  година треба да добијемо  $x$  динара. То је исто као да смо сада добили  $x/(1+i)^k$  динара. Према томе, да бисмо добили садашњу вредност новца који се реализује у будућности, односно да би се извршила актуализација, потребно је апсолутне вредности дисконтовати, односно поделити годишњим индексима актуализације.

Нето садашња вредност инвестиције је разлика између суме дисконтованих вредности добити и суме дисконтованих вредности улагања

$$НСВ = \sum D_k (1+p)^{-k} - \sum I_k (1+p)^{-k}. \quad (5.14)$$

где је  $p$  дисконтна стопа, односно стопа актуализације.

Дисконтна стопа  $p$  је начин да се у рачун уведе трошак опортунитета на пројекту. Дисконтна стопа треба да представља најбољи годишњи повраћај који би могао бити постигнут ако новац инвестиције не би био коришћен на овом пројекту. Дисконтна стопа  $p$  на неки начин представља "цену капитала" за фирму која улаже. Појам "цена капитала" је сложен и предмет је више финансијских и економских теорија. Сасвим је јасно да цена капитала зависи од захтева које постављају они који доприносе капиталу фирме, тј. да је она функција интереса на банкарске кредите, деоничарских дивиденди и сл.

Период повраћаја средстава може се рачунати помоћу дисконтованих вредности улагања и добити. То је онај период у коме кумулативна сума добити постаје већа од суме улагања при чему су ове вредности дисконтоване на нулти период.

Критеријум нето садашње вредности захтева процену дисконтне стопе. Приступ дисконтовања који избегава претходно додељивање дисконтне стопе је рачунање интерне стопе приноса (рентабилитета) инвестиције. Она је једнака

дисконтној стопи за коју је нето садашња вредност једнака нули и рачуна се из једначине

$$\sum I_k(1+p)^{-k} = \sum D_k(1+p)^{-k}. \quad (5.15)$$

Добијена вредност је имплицитна стопа повраћаја средстава и често се користи као критеријум за поређење различитих пројеката или појединачног пројекта у односу на њену захтевану минималну вредност. Пројекат је бољи ако је интерна стопа приноса већа. Ако је дисконтна стопа мања од интерне стопе приноса, нето садашња вредност је позитивна и пројекат се исплати.

У практичном коришћењу интерне стопе приноса јављају се два проблема. Први се односи на задавање минималне интерне стопе приноса испод које се не жели инвестирати. Други се односи на рачунање стопе ако је ток готовог новца такав да се у посматраном периоду неколико пута мења његов знак па горња једначина може да има више реалних решења.

**Пример 5.4.** Треба одлучити у који од понуђена два пројекта за која су подаци о улагањима и добитима приказани у табели треба инвестирати.

к	0	1	2	3	4	5	6	7
И <sub>А</sub>	250							
Д <sub>А</sub>		80	120	100	80	0	0	0
И <sub>Б</sub>	200	100						
Д <sub>Б</sub>			60	100	120	100	80	70

Сви подаци су дати у сталним ценама. Извршити основне финансијске анализе за предложене пројекте.

**Решење:** У случају да се занемари временски карактер тока готовог новца, према (5.12) и (5.13) добити и просечне стопе приноса на пројектима су

$$r_A = 130, \quad r_B = 230$$

$$p_A = 23,75\%, \quad p_B = 29,44\%$$

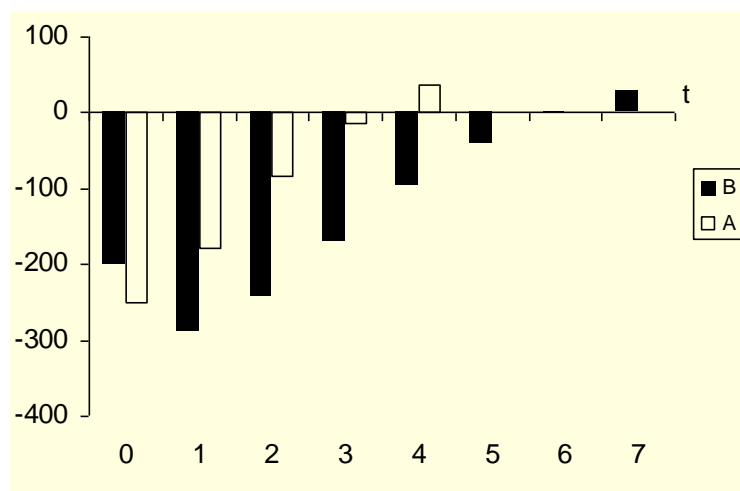
За различите вредности стопе актуализације токови готовог новца у дисконтованим вредностима, нето садашње вредности инвестиције и периоди повраћаја средстава приказани су у следећим табелама.

и	0	1	2	3	4	НСВ	□
2,5	-250	78,04	114,2	92,86	72,48	107,60	3
5,0	-250	76,19	108,84	86,38	65,82	87,23	3
7,5	-250	74,42	103,84	80,50	59,90	68,66	3
10,0	-250	72,73	99,17	75,13	54,64	51,67	4
12,5	-250	71,11	94,81	70,23	49,94	36,10	4

15,0	-250	69,57	90,47	65,75	45,74	21,79	4
17,5	-250	68,09	86,92	61,64	41,97	8,62	4
20,0	-250	66,67	83,33	57,87	38,58	-3,55	-

и Ш%н	0	1	2	3	4	5	6	7	НСВ	□
2,5	-200	-97,56	57,11	92,86	108,71	88,99	68,98	58,89	177,38	5
5,0	-200	-95,26	54,42	86,38	98,72	78,35	59,70	49,75	132,09	5
7,5	-200	-93,02	51,92	80,50	89,86	69,66	51,84	42,19	92,93	6
10,0	-200	-90,91	49,57	75,13	81,96	62,09	45,16	35,92	58,94	6
12,5	-200	-88,89	47,40	70,23	74,92	55,49	39,46	30,69	29,13	7
15,0	-200	-86,95	45,37	65,75	68,61	49,72	34,59	26,32	3,39	7
17,5	-200	-85,11	43,46	61,64	62,95	44,65	30,40	22,64	-19,36	-
20,0	-200	-83,33	41,67	57,87	57,87	40,19	26,78	19,54	-39,41	

Новчани токови за  $i=12,5\%$  приказани су на слици 5.9.



Слика 5.9. Новчани токови за пример 5.4.

Интерне стопе повраћаја средстава су

$$r_A = 19,25\%$$

$$r_B = 15,35\%$$

Према овом критеријуму и према периоду повраћаја средстава боље је инвестирати у пројекат А. Ако се као критеријум користи нето садашња вредност инвестиција, онда је за стопу актуализације приближно између 0 и 10%, боље инвестирати у пројекат Б. Ако је  $i > 10\%$  боље је инвестирати у



пројекат А. Ако је  $i > 15,35\%$ , пројекат Б се не исплати, а ако је  $i > 19,25\%$ , не исплати се ни пројекат А. ♦

### 5.5. Вишекритеријумско одлучивање

Модел за налажење оптимума једне критеријумске функције су обично само апроксимација реалних проблема у којима ДО мора да води рачуна о више циљева. У великом броју класичних математичких модела претпоставља се да ДО експлицитно прогласи један од њих критеријумом, а остале ограничењима које треба да задовољи оптимално решење. Методе које од самог почетка формирања математичког модела за одређени реални проблем воде рачуна о више циљева истовремено развијају се у области вишекритеријумске оптимизације (ВКО). Овај део математичког програмирања који се убрзано развија од краја седамдесетих година двадесетог века, тема је текста који следи.

Основне тешкоће у математичком моделирању и решавању проблема ВКО настају из чињенице да су неки критеријуми међусобно делимично или потпуно конфликтни. То значи да је проблем ВКО слабо структуриран јер коначно решење не може да се одреди без активног учешћа ДО.

Према намери ДО, односно према проблему који треба да реши, вишекритеријумски задаци се класификују у следеће три групе:

- задаци вишекритеријумске оптимизације којима се решавају проблеми одређивања подскупа решења која задовољавају одређене услове и/или избора једног решења из овог подскупа;
- задаци вишекритеријумског или вишеатрибутног рангирања којима се решавају проблеми одређивања потпуног или делимичног редоследа, ранг листе, решења која припадају коначном и пребројивом скупу;
- задаци вишекритеријумске или вишеатрибутне селекције којима се решавају проблеми избора одређеног броја решења која припадају коначном и пребројивом скупу.

Овде ће се детаљније размотрити задаци прве групе, тј. задаци ВКО. Приступи се при томе ограничавају на проблеме вишекритеријумског одлучивања који се формулишу као задаци векторске оптимизације. Треба напоменути да се у оквирима теорије одлучивања веома интензивно развијају и користе методе које суштински другачије приступају проблему. У њима је могуће да се за сваку алтернативу, уместо (математичких) функција критеријума, дају само вредности критеријум, при чему неке од тих вредности могу бити квалитативне оцене. У ове методе спадају ЕЛЕЦТРЕ, ПРОМЕТХЕ, АХП и друге. Заједничко им је да у анализи одлуке полазе од поређења по паровима. За сваки пар алтернатива даје се информација о вредностима критеријума и о томе колико је за ДО важно то што је по конкретном критеријуму једна одлука боља од друге за одређени износ.

### 5.5.3. Приступи решавању задатака ВКО

Као што је већ речено, када не постоји савршено решење задатка ВКО, у одређивању најбољег решења пресудну улогу има ДО. Он је тај који одлучује шта му је важније и које решење радије прихвата, ("преферира").

Зависно од тога како се и када ДО укључује у решавање проблема разликују се три основна приступа, односно три групе метода решавања:

- \* апостериорни приступ
- \* априорни приступ
- \* интерактивни и кооперативни приступ.

ДО се у апостериорном приступу укључује у анализу и решавање свог проблема после одређивања скупа доминантних решења, дакле апостериори. Он сам треба да изабере најбоље решење. Задатак аналитичара је да из допустивог скупа издвоји подскуп доминантних решења.

Овај приступ је више теоријског него практичног значаја. Два су основна разлога томе. Први је тај што је издвајање подскупа доминантних решења аналитички често нерешив проблем. За извесне задатке дискретне оптимизације и за вишекритеријумско линеарно програмирање то је у принципу могуће урадити, али прилично тешко. Други разлог је то што подскуп доминантних решења може да буде веома широк (велик или бесконачан број елемената скупа) тако да ДО не може лако да одабере решење.

У априорном приступу ДО треба унапред, пре решавања задатка ВКО, да исказе свој однос према критеријумима. Ово може да се уради утврђивањем приоритета или хијерархије критеријума, додељивањем тежина појединим критеријумима, одређивањем релативних односа између свака два критеријума или на неки други начин. На основу тога аналитичар треба решавањем задатка да предложи ДО једно решење које највише одговара његовим исказаним преференцијама.

Недостатак овог приступа је у томе што ДО тешко може из једног покушаја да прецизно одреди свој став према критеријумима, нарочито на начин који захтевају одређени математички модел и метода. Он се по правилу противи да унапред експлицитно каже какав однос између критеријума постоји уколико ће то, касније, да му представља обавезу. Једино што је извесно јесте да он решење тражи у скупу доминантних решења. Анализом решења за разне скупове тежинских коефицијената, на пример, ДО може да препозна међусобни однос критеријума и решења и да добије бољи увид у суштину проблема.

Априорни приступ је теоријски највише разматран и практично најчешће примењиван. Развијено је пуно метода априорне ВКО. Неке од њих су прилично једноставне и то им даје велику предност за практичне примене у посебним ситуацијама.

Интерактивни приступ обухвата методе које комбинују априорни и апостериорни приступ са активним учешћем доносиоца одлуке. Приступ се заснива на непрекидном коришћењу рачунара у фази одлучивања и кориснички реализованом окружењу. Савремени софтверски алати треба да пруже ДО снажну подршку у експериментисању са различитим скуповима својих преференци. Једноставно и брзо обављање разноврсних анализа треба да олакшају ДО коначни избор.

Очигледно је да интерактивне методе подразумевају интензивно коришћење експертних система и система заснованих на знању. Ови системи би требало да садрже систематизована знања о ранијим решавањима сличних задатака и да их на интелигентан начин користе да би помогла ДО. У том смислу овакви приступи претпостављају одређену сарадњу ДО и рачунара. Зато се називају и кооперативним.

Интерактивни и кооперативни приступи су модерни и представљају највећи изазов. Проблеми које у њима треба решавати интересантни су, поред осталог, са становишта вештачке интелигенције и софтверске имплементације. Кооперацијом ДО и рачунара требало би да се открије структура његових односа према критеријумима, тзв. преферентна структура или структура преференција ДО. У томе се појављују проблеми за чија су решавања потребна истраживања и знања из области психолошких и социолошких наука. Математичка истраживања ВКО остају претежно у оквирима априорних и апостериорних приступа. Велики број модела полази од поређења по паровима.

#### 5.5.4. Метода тежинских коефицијената

Метода тежинских коефицијената је једна од најстаријих и највише коришћених метода за решавање задатка ВКО. У њој се оригинални задатак ВКО трансформише у једнокритеријумски на тај начин што се сви критеријуми агрегирају у један. Обично се користи адитивна функција са одговарајућим тежинским коефицијентима. По правилу, претходно је потребно извршити погодну нормализацију критеријума.

Метода је нарочито применљива када су критеријуми исте или сличне природе, нпр. финансијски показатељи изражени монетарним јединицама. ДО треба да сваком критеријуму додели одговарајућу тежину или тежински коефицијент  $w_k$ ,  $k=1, \dots, p$ . Тежински коефицијенти треба да буду ненегативни бројеви али не могу сви, истовремено, бити једнаки нули. Затим се решава следећи једнокритеријумски задатак

$$(\max_{\mathbf{x} \in D} F(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^p w_k f_k(\mathbf{x})) \quad (5.20)$$

Решење  $\mathbf{x}^*$  добијено методом тежинских коефицијената је слабо доминантно, а ако је јединствено, онда је доминантно.

### 5.5.5. Методе растојања

Логично је да ДО тежи ка идеалној тачки која одговара оптималним вредностима свих критеријума. За ДО је важно да зна колико се потенцијалним решењем приближио идеалној тачки, а колико сваком појединачном маргиналном оптимуму. Такве информације помажу у анализи проблема и при доношењу коначне одлуке. Најбоље решење за њега може да буде оно које је најближе идеалној тачки. Отвара се питање шта значи "најближе", односно како мерити растојање од идеалне тачке у случају када постоји више разнородних критеријума.

Полазећи од наведених идеја, развијене су методе растојања којима се налази решење које даје минимално растојање укупне вредности критеријума од жељених вредности.

Основне методе растојања полазе од тога да жељене вредности критеријума  $\bar{\mathbf{f}} = (f_1^{**}, \dots, f_n^{**})$  одговарају управо идеалном решењу, односно идеалној тачки у критеријумском простору

$$\bar{\mathbf{f}} = (f_1^*, \dots, f_n^*)$$

где су  $f_k^*$  вредности које одговарају маргиналним решењима  $\mathbf{x}_k^*$ , тј.

$$f_k^* = \max \phi_k(\mathbf{x}) = \phi_k(\mathbf{x}_k^*)$$