



# **ANALIZA STABLA NEISPRAVNOSTI (ASN)**

---

**FAULT TREE ANALYSIS (FTA)**

# ASN

---

- Jedna od osnovnih metoda analize sigurnosti sistema.
- Deduktivna metoda u kojoj se specificira **neželjeni događaj** sistema i zatim analizira uticaj ponašanja pojedinih komponenti sistema na njegovo pojavljivanje.
- Oslanja se na dijagram, **stablo neispravnosti (SN)**, koji simbolički opisuje logičke relacije između događaja.
- ASN je razvio *H.A. Watson* 1961. godine u *Bell Telephone Laboratories* za potrebe *U.S. Air Force*. Kasnije je proširena i primenjena u *Boeing Company*.
- 1965. godine *Boeing* i Univerzitet u Vašingtonu organizovali su prvi konferenciju o sigurnosti sistema (*System Safety Conference*) koja predstavlja početak širokog interesovanja za ASN.
- Vujošević, M., "*Analiza stabla neispravnosti: pregled osnovnih pojmova i tehnika*", Tehnika, Vol 38, No 11, 1983, (str. 1546-1555)

# Vrste ASN

---

- Od devedesetih godina do danas FTA dobija veliki broj proširenja i hibridnih oblika:
  - fazi FTA,
  - Dinamička FTA,
  - Accident Fault Trees (AFT diagrams),
  - Condition-based fault tree analysis,
  - SFTA (*Software FTA*),
  - Bouncing failure analysis (BFA) koja objedinjuje FTA i FMEA metodologiju.
- Domen FTA postaje gotovo univerzalan sa značajnim rezultatima u robotici i pouzdanosti softvera i sa sve većim primenama u analizi pouzdanosti čoveka.

# Razvoj ASN

- Mogućnost primene određene metode značajno utiče na interesovanje koje za nju postoji i njen razvoj. S obzirom da je FTA metoda za analizu pouzdanosti, sigurnosti i rizika, nekoliko nesrećnih događaja je doprinelo da se ona ustanovi i potvrdi:
  - januara 1967. godine - požar na lansirnoj rampi Apola 1. Nakon toga, NASA i Boing su uveli novi sigurnosni program za ceo Apolo projekat koji je obuhvatao i izvođenje FTA na čitavom Apolo sistemu.
  - marta 1979. godine – akcident u nuklearnoj elektrani na ostrvu Tri Milje. Nekoliko studija ispitivanja događaja je izvršeno korišćenjem FTA.
  - januara 1986 godine – Spejs šatl Čelindžer eksplodirao 73 sekunde nakon poletanja. Nezavisni tim za istraživanje nesreće je koristio FTA za analizu glavnih motora kako bi se obezbedila adekvatna sigurnost već u fazi dizajna šatla.
  - februara 2003. godine – eksplozija spejs šatla Kolumbija. Nakon ovog događaja, težište svemirske industrije je ponovo stavljeno na bezbednost i pouzdanost.

# ASN omogućava:

---

- **kvalitativnu analizu:** kakve su posledice odigravanja određenog događaja (otkaza) i otkrivanje događaja koji imaju najveći uticaj na otkaz celog sistema.  
**Minimalni skupovi preseka**
- **kvantitativnu analizu:** određivanje verovatnoće određenog događaja na osnovu poznatih verovatnoća primarnih događaja koji do njega vode.

# ASN – osnovni koraci

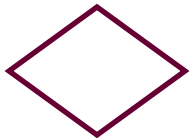
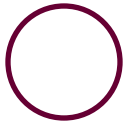
---

- Definisane sistema, neželjenog događaja (otkaza) sistema i uslova otkaza
- Konstrukcija stabla neispravnosti
- Kvalitativna analiza stabla neispravnosti
- Kvantitativna analiza stabla neispravnosti

# ASN – osnovni pojmovi

- **Događaj** - dinamička promena stanja koja se dešava u elementu sistema.
  - Vršni događaj – neželjeni događaj sistema.
  - Primarni događaj – događaj koji se dalje ne razlaže (granica redukcije sistema).
  - Posredni događaj – događaj koji je posledica odigravanja jednog ili više primarnih ili posrednih događaja.
- SN sa višestrukim događajima je SN u kome se pojedini događaji ponavljaju (*Multiple Occurring Event* – MOE). Ovakvi događaji se nazivaju još i redundantni ili ponovljeni.
- **Skup preseka** – skup događaja koji dovodi do vršnog događaja.
- **Minimalni skup preseka** – skup događaja koji se ne može redukovati a čije odigravanje dovodi do vršnog događaja.

# ASN – osnovni simboli



- **Primarni događaji:**

- Bazični događaj – bazična, inicirajuća neispravnost koja ne zahteva dalje razvijanje.
- Nerazvijeni događaj - događaj koji nije dalje razvijen ili zato što to ne bi imalo naročit značaj ili zato što ne postoji raspoloživa informacija.
- Spoljašnji događaj - događaj koji se normalno očekuje da će se desiti zbog projekta i normalnih uslova rada.

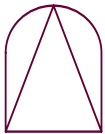
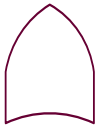
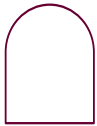


- **Posredni događaj** – događaj neispravnosti koji se dešava zato što su jedan ili više prethodnih događaja aktivirali logičko kolo (što su prošli kroz logičko kolo).

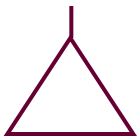


# ASN – osnovni simboli

- Logička kola:



- I - neispravnost na izlazu će se desiti ako se dese sve ulazne neispravnosti.
- ILI - neispravnost na izlazu će se desiti ako se desi bar jedna ulazna neispravnost.
- Ekskluzivno ILI - neispravnost na izlazu će se desiti ako se desi tačno jedna ulazna neispravnost.
- Prioritetno I - neispravnost na izlazu će se desiti ako se sve ulazne neispravnosti dese u specificiranoj sekvenci.



- Simboli za prenos

# Stablo neispravnosti

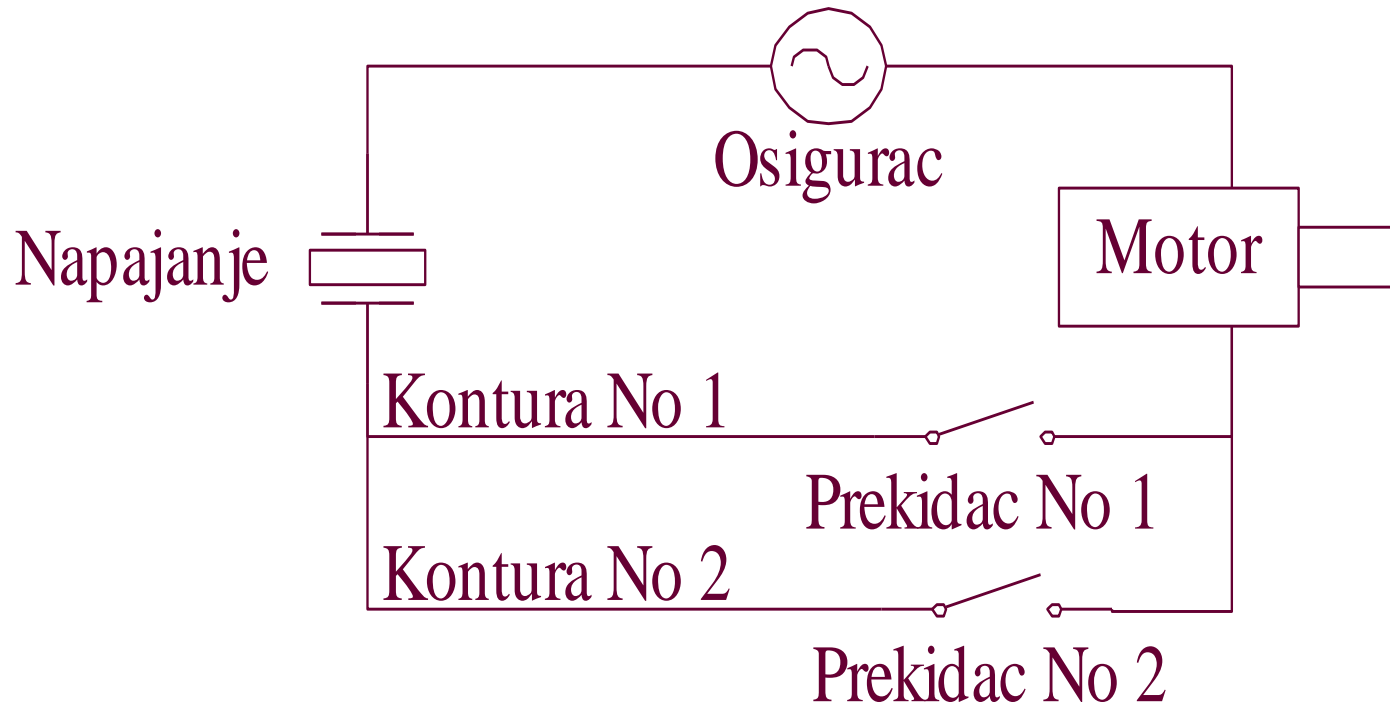
---

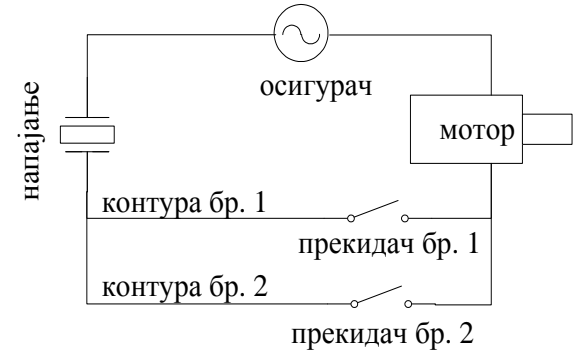
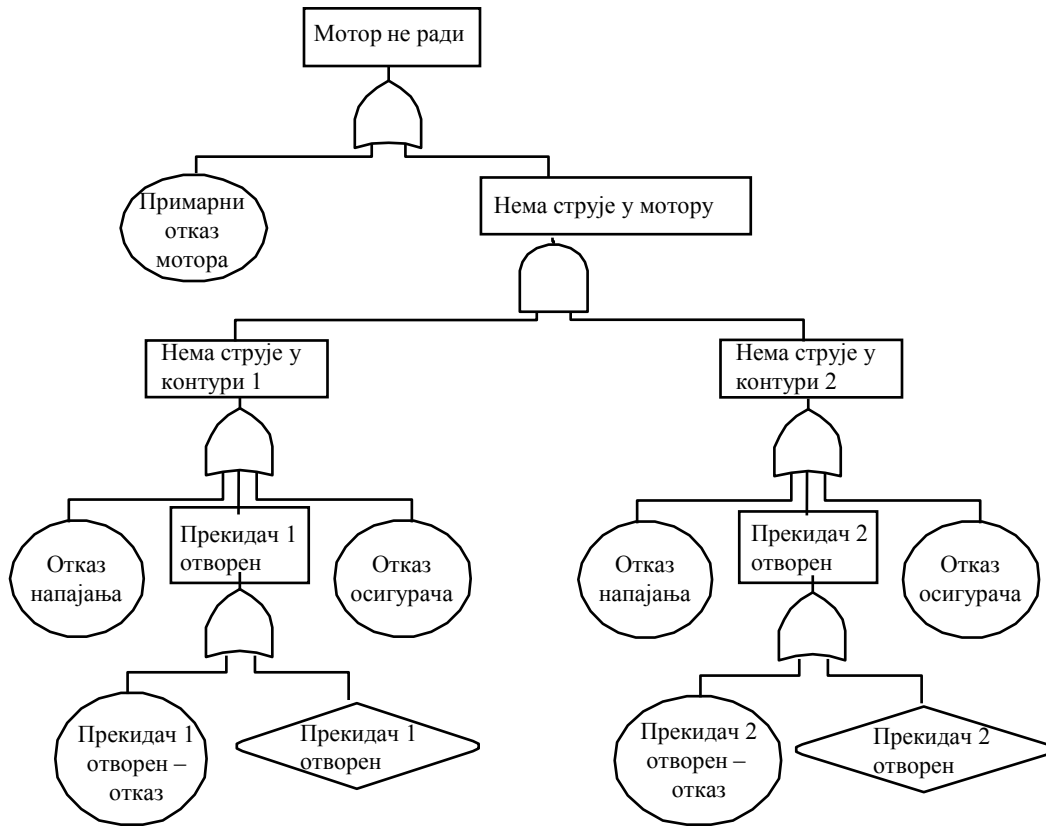
- **Stablo neispravnosti (SN)** – grafički, kvalitativni model različitih kombinacija paralelnih i sekvencijalnih neispravnosti, ujedinjenih među sobom različitim relacijama.
- **Osobine koherentnih sistema:**
  - Sistemi u kojima ne postoje komponente čije stanje ne utiče na stanje sistema.
  - Strukturna funkcija sistema je neopadajuća.
- **Koherentno SN** – SN koje sadrži samo I i ILI kola i primarne događaje bez njihovih negacija.

# Kvalitativna analiza SN - konstrukcija SN

- Zahteva dobro poznavanje funkcionisanja sistema.

Primer:

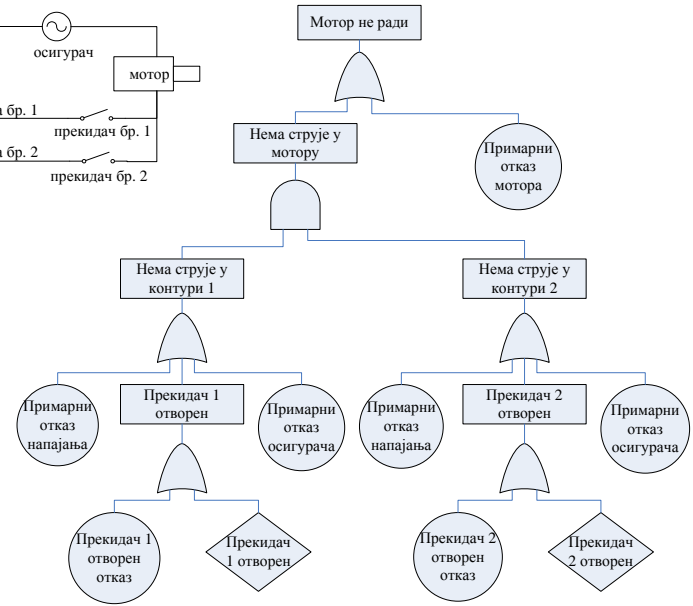
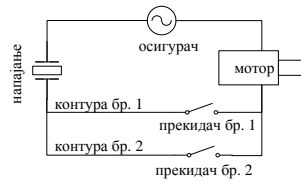
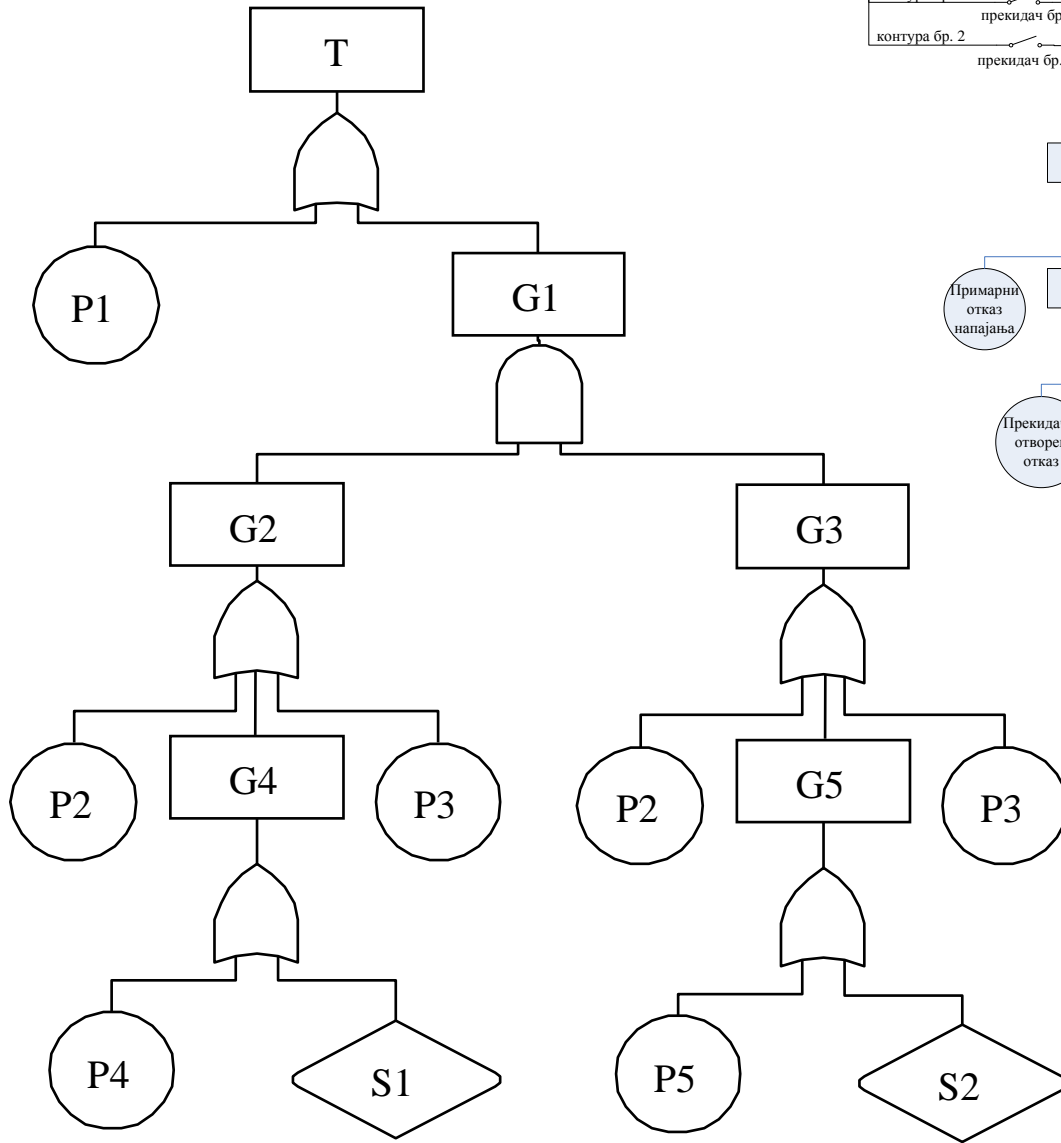




# Kvalitativna analiza SN - MSP

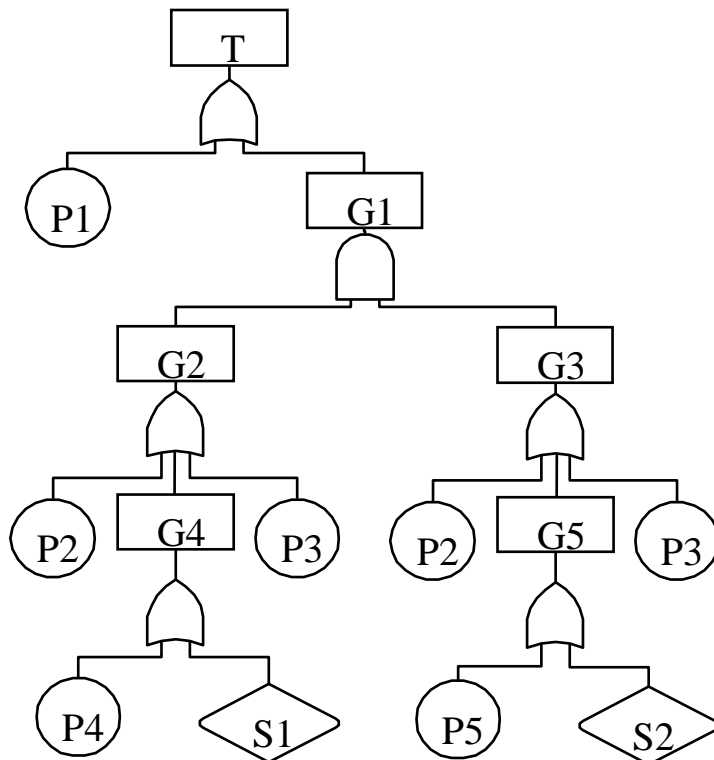
---

- Prvi zadatak - dobijanje minimalnih skupova preseka.
- Događaji u SN se obeležavaju Bulovom promenljivom:
  - $T$  - vršni događaj (*top event*),
  - $G_i$  - posredni događaji (*gates*),
  - $P_n$  i  $S_m$  - primarni događaji (*primary* i *secondary events*).



# Kvalitativna analiza SN - MSP

1. Napisati **Bulove jednačine** za svako logičko kolo. Svakom kolu odgovara jedna jednačina.



$$T = P_1 + G_1$$

$$G_1 = G_2 G_3$$

$$G_2 = P_2 + G_4 + P_3$$

$$G_3 = P_2 + G_5 + P_3$$

$$G_4 = P_4 + S_1$$

$$G_5 = P_5 + S_2$$

# Kvalitativna analiza SN - MSP

2. Vršiti zamenu promenljivih njihovim izrazima dok se ne dobije **vršni događaj kao funkcija samo primarnih događaja**. Pritom se koriste komutativni, asocijativni i distributivni zakoni Bulove algebre.

$$G3 = P2 + G5 + P3 \Rightarrow G3 = P2 + (P5 + S2) + P3$$

$$G5 = P5 + S2$$

$$G2 = P2 + G4 + P3 \Rightarrow G2 = P2 + (P4 + S1) + P3$$

$$G4 = P4 + S1$$

$$G1 = G2 G3 \Rightarrow G1 = (P2 + P5 + S2 + P3) (P2 + P4 + S1 + P3)$$

$$T = P1 + G1 \Rightarrow T = P1 + P2 P2 + P2 P4 + P2 S1 + P2 P3 + P5 P2 + P5 P4 + P5 S1 + P5 P3 + S2 P2 + S2 P4 + S2 S1 + S2 P3 + P3 P2 + P3 P4 + P3 S1 + P3 P3$$



# Kvalitativna analiza SN - MSP

3. Izvršiti **redukciju** dobijenog izraza koristeći pravila Bulove algebre. Za koherentna stabla neispravnosti dovoljno je koristiti samo zakon idempotencije ( $P * P = P + P = P$ ) i zakon apsorpcije ( $P + P * Q = P * (P + Q) = P$ ).

$$\begin{aligned}
 T = & P_1 + \underbrace{P_2 P_2}_{\text{red}} + \cancel{P_2 P_4} + \cancel{P_2 S_1} + \cancel{P_2 P_3} + \cancel{P_5 P_2} + \\
 & P_5 P_4 + P_5 S_1 + \cancel{P_5 P_3} + \cancel{S_2 P_2} + S_2 P_4 + S_2 S_1 + \\
 & \cancel{S_2 P_3} + \cancel{P_3 P_2} + \cancel{P_3 P_4} + \cancel{P_3 S_1} + \underbrace{P_3 P_3}_{\text{red}}
 \end{aligned}$$

$$T = P_1 + P_2 + P_3 + P_5 P_4 + P_5 S_1 + S_2 P_4 + S_2 S_1$$

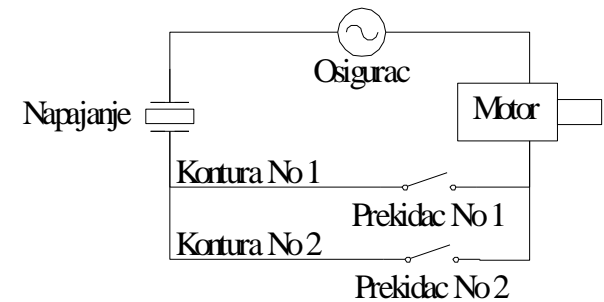
# Kvalitativna analiza SN - MSP

---

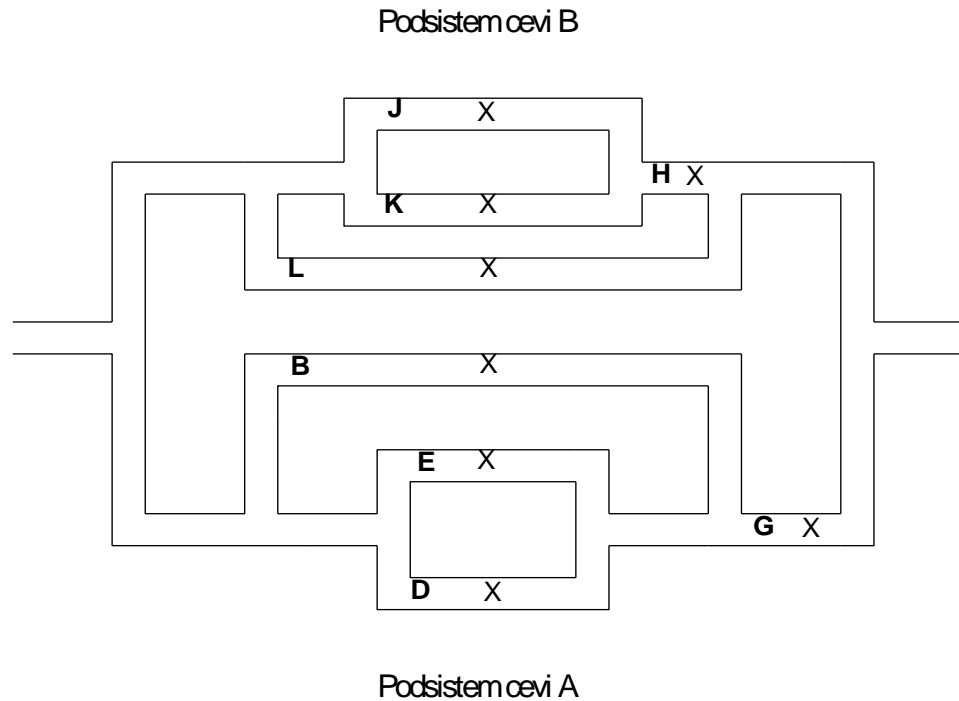
- Rezultat drugog koraka su svi skupovi preseka SN.
- Rezultat trećeg koraka su minimalni skupovi preseka SN.
- Minimalni skupovi preseka (MSP) se rangiraju po broju članova. Najveći rang ima, odnosno najznačajniji su MSP koji imaju najmanje elemenata

# Kvalitativna analiza SN - MSP

rang	MSP	OPIS
1	$P_1$	Primarni otkaz motora
1	$P_2$	Primarni otkaz napajanja
1	$P_3$	Primarni otkaz osigurača
2	$P_5 P_4$	Otkaz oba prekidača
2	$P_5 S_1$	Otvoren prekidač 1 i otkaz prekidača 2
2	$S_2 P_4$	Otvoren prekidač 2 i otkaz prekidača 1
2	$S_2 S_1$	Otvorena oba prekidača



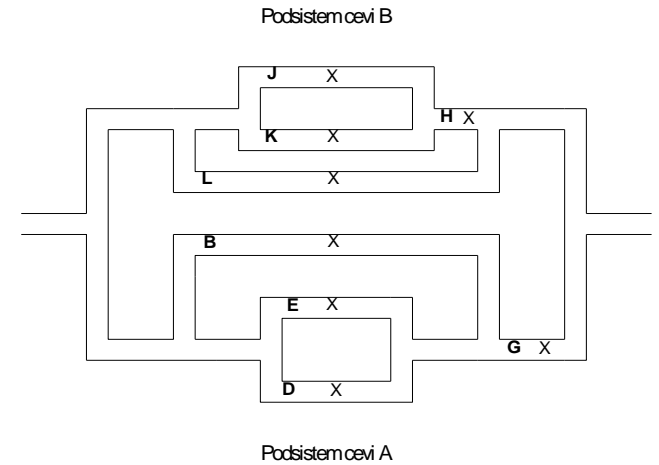
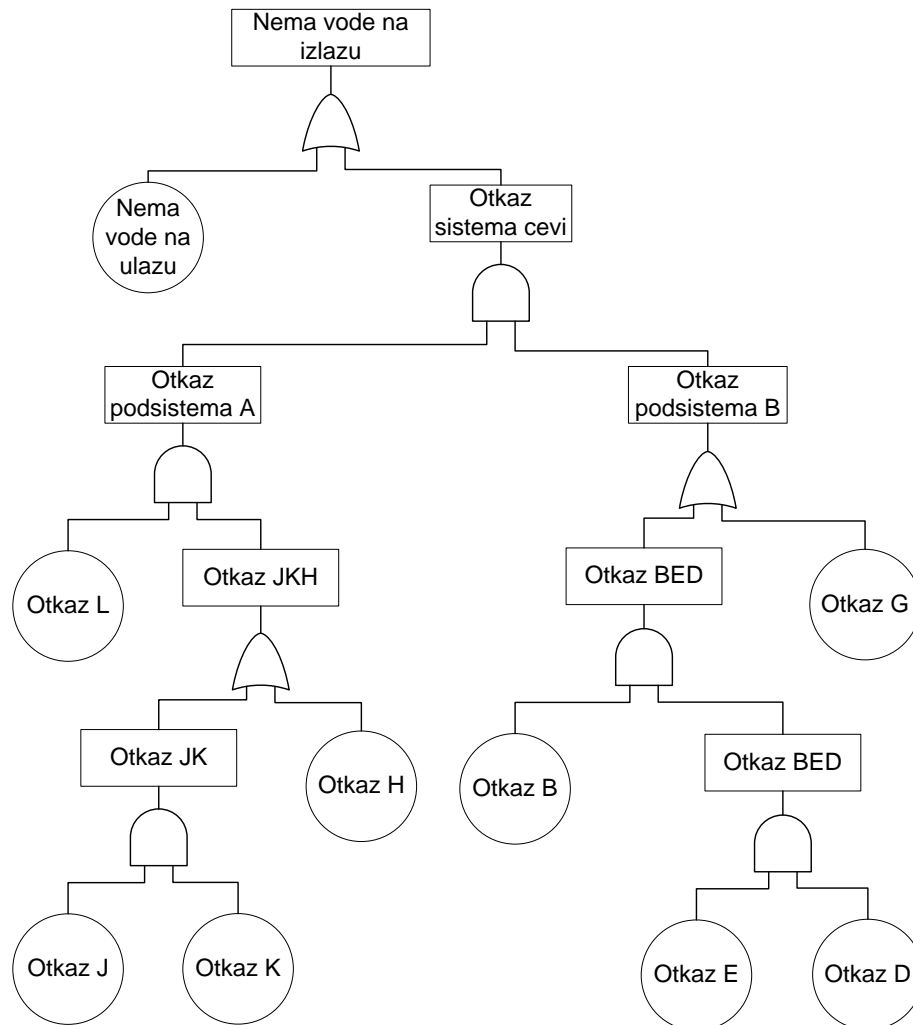
# Kvalitativna analiza SN - MP



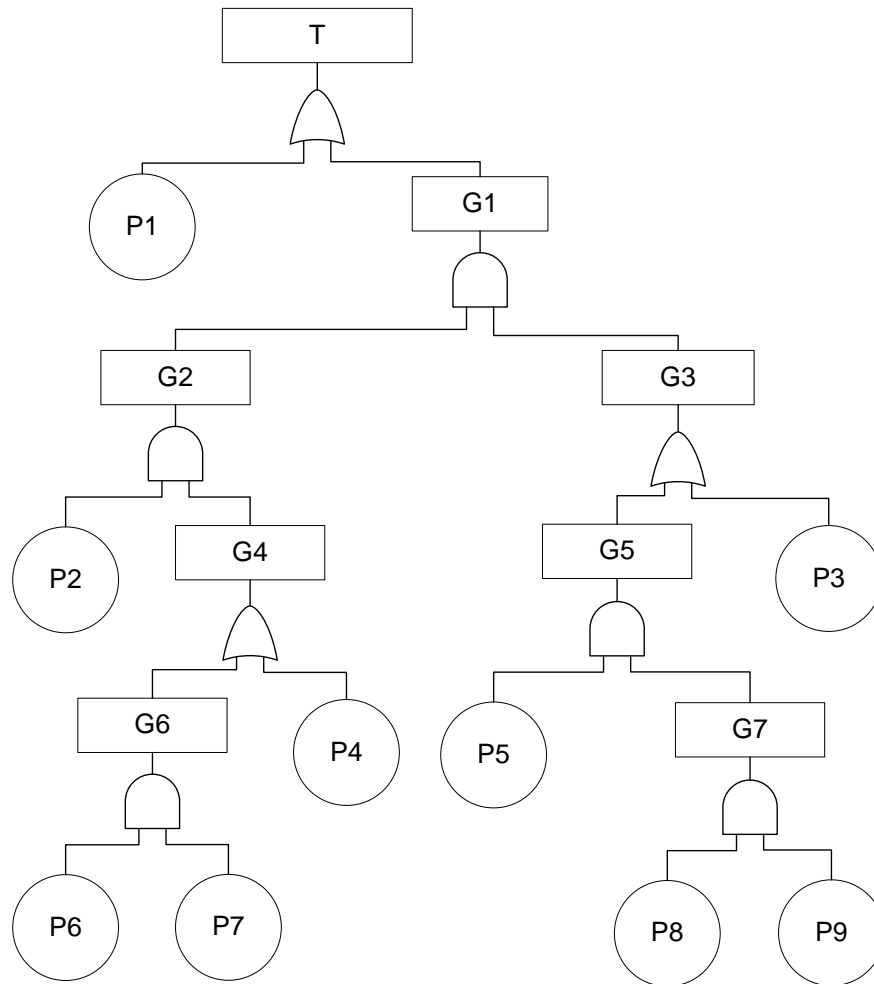
Vršni događaj - nema vode na izlazu:

- nema vode na izlazu ili
- otkaz sistema cevi.

# Kvalitativna analiza SN - MP



# Kvalitativna analiza SN - MP



$$T=P1+G1$$

$$G1=G2 \cdot G3$$

$$G2=P2 \cdot G4$$

$$G3=G5+P3$$

$$G4=G6+P4$$

$$G5=P5 \cdot G7$$

$$G6=P6 \cdot P7$$

$$G7=P8 \cdot P9$$

$$T=P1+P2P3P4+P2P3P6P7+P2P4P5P8P9+P2P5P6P7P8P9$$

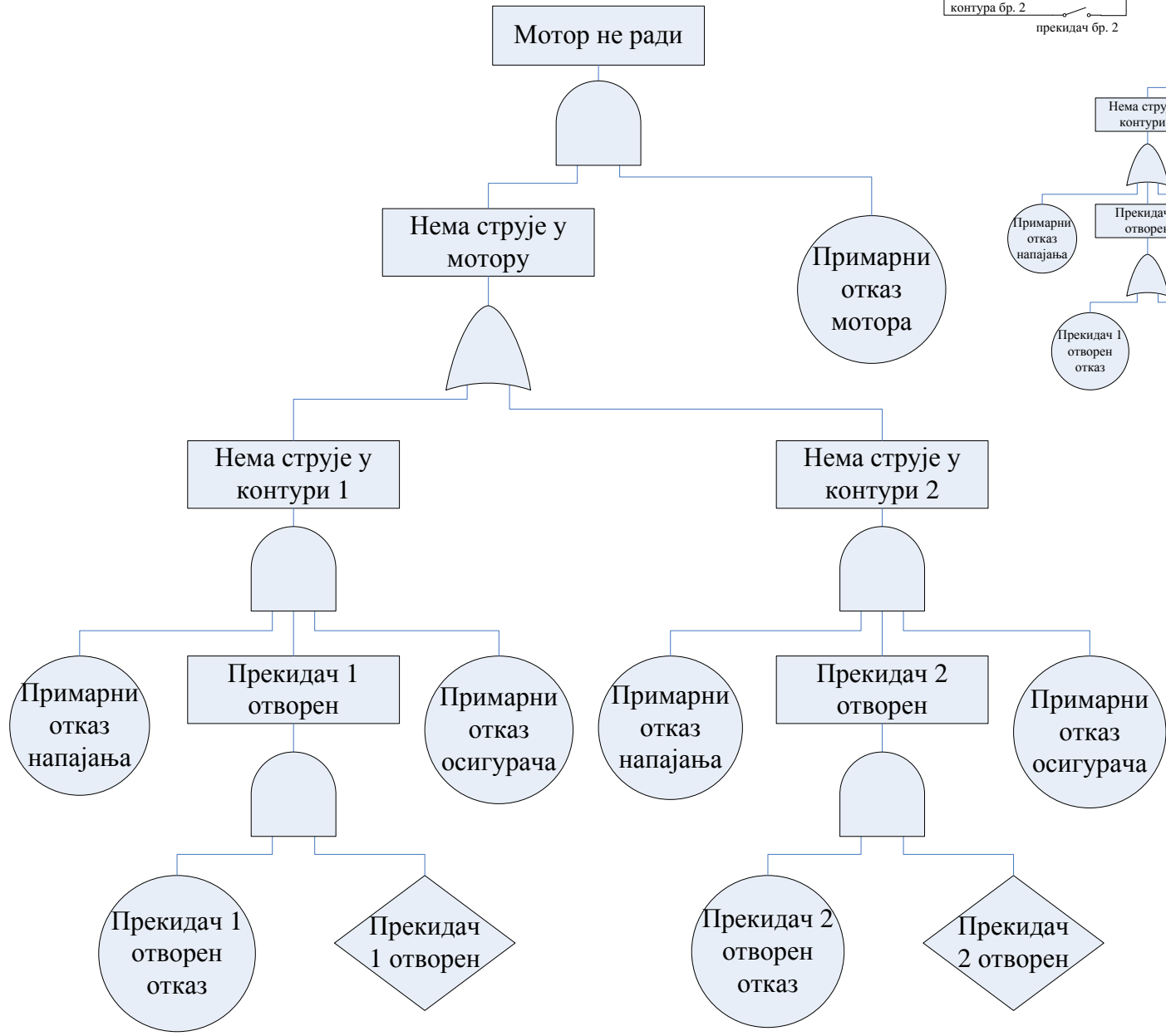
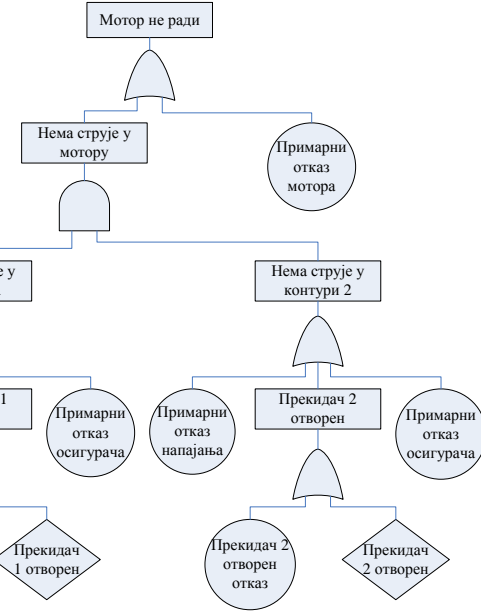
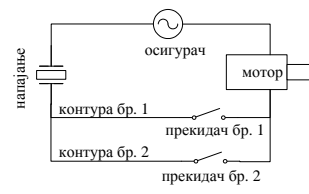
# Kvalitativna analiza SN - MP

minimalni preseci	opis
P1	nema vode na ulazu u sistem cevi za snabdevanje vodom
P2P3P4	otkaz cevi L,G i H
P2P3P6P7	otkaz cevi L,G,J i K
P2P4P5P8P9	otkaz cevi L,H,B,D i E
P2P5P6P7P8P9	otkaz cevi L,B,J,K,D i E

# Kvalitativna analiza SN - MP

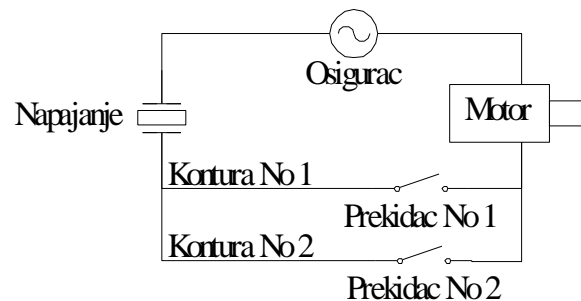
- Minimalni skupovi puteva (miniputevi, MP) (*Minimum path sets*) su dualni (komplementni) skupovi MSP.
- Skupovi puteva predstavljaju skup primarnih događaja čije neodigravanje garantuje da se neće desiti ni vršni događaj.
- MP su skupovi puteva koji se ne mogu redukovati bez gubljenja statusa skupa puteva. Ako se nijedan od događaja iz miniputa ne desi, neće se desiti ni vršni događaj.
- Jedan od načina za određivanje MP je preko dualnog SN. Minipreseci DSN su miniputevi polaznog (primalnog) SN.
- Dualno SN ima iste događaje kao početno SN a svako logičko kolo I je zamenjeno logičkim kolom ILI i obrnuto.



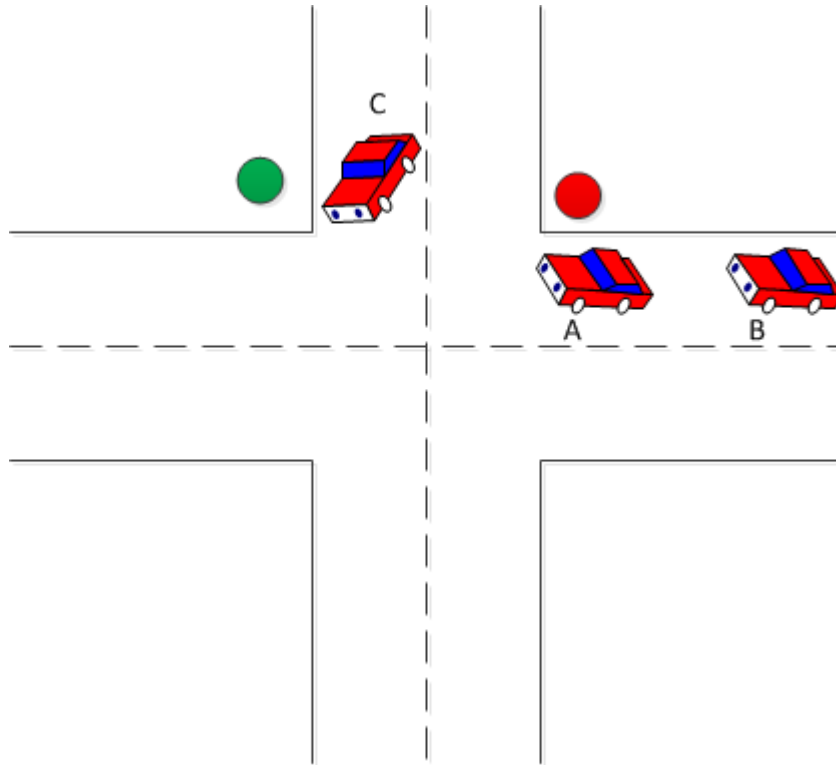


# Kvalitativna analiza SN - MP

MP	OPIS
P1 P2 P3 P4 S1	Primarni otkaz motora, primarni otkaz napajanja, primarni otkaz osigurača, otkaz prekidača 1 i otvoren prekidač 1
P1 P2 P3 P5 S2	Primarni otkaz motora, primarni otkaz napajanja, primarni otkaz osigurača, otkaz prekidača 1 i otvoren prekidač 2



# Nekoherentna SN



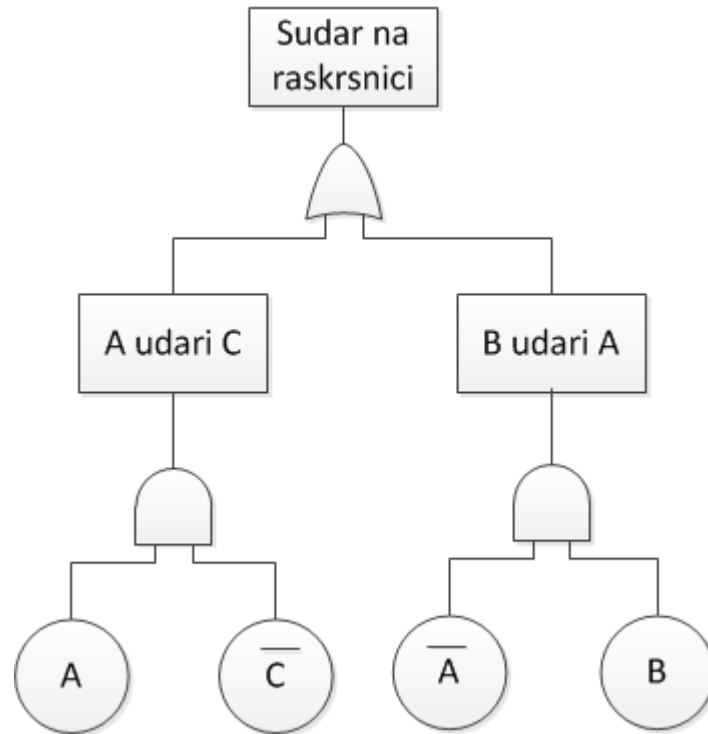
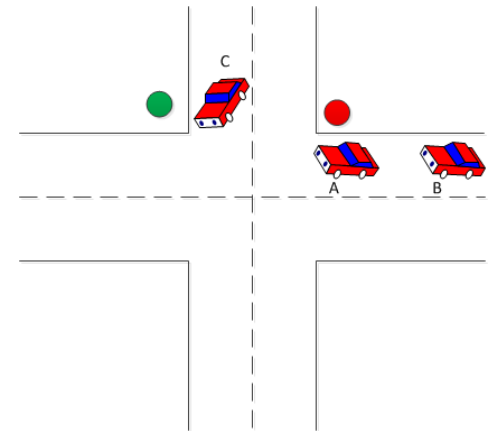
Otkazi:

A→KRENE

B→KRENE

C→STANE

# Nekoherentna SN



Otkazi:

A → KRENE

B → KRENE

C → STANE

$$T = A \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B$$

# Kvantativna analiza SN

---

Kvalitativna analiza SN se sastoji u određivanju:

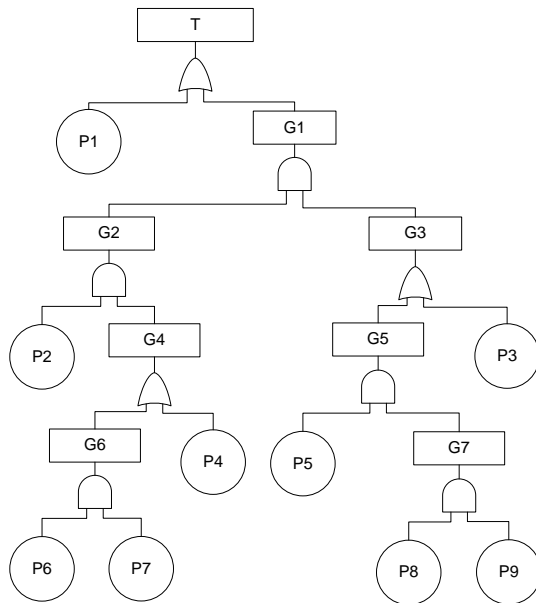
- verovatnoće neželjenog događaja:
  - na osnovu SN – za SN bez višestrukih događaja,
  - na osnovu minipreseka – za SN sa višestrukim događajima
- mera značaja primarnih događaja.

# Određivanje verovatnoće vršnog događaja direktno iz SN

- Kada SN ne sadrži višestruke događaje, verovatnoća vršnog događaja se može odrediti direktno kroz SN.
- Na osnovu logičkih kola i verovatnoća primarnih događaja se idući uz SN određuju verovatnoće posrednih događaja sve dok se ne stigne do vršnog događaja.

	verovatnoća	
zavisnost događaja	logičko kolo I	logičko kolo II
A i B su nezavisni	$P(E)=P(A) \cdot P(B)$	$P(E)=P(A)+P(B)-P(A) \cdot P(B)$
A i B su zavisni	$P(E)=P(A) \cdot P(B A)$ $=P(B) \cdot P(A B)$	$P(E)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$ $= P(A)+P(B)- P(A) \cdot P(B A)$
A i B su zavisni i $A \subset B$	$P(E)=P(A)$	$P(E)=P(B)$

# Kvalitativna analiza SN - MP



logičko kolo I	logičko kolo I LI
$P(E)=P(A) \cdot P(B)$	$P(E)=P(A)+P(B)-P(A) \cdot P(B)$

$$T=P1+G1$$

$$G1=G2 \cdot G3$$

$$G2=P2 \cdot G4$$

$$G3=G5+P3$$

$$G4=G6+P4$$

$$G5=P5 \cdot G7$$

$$G6=P6 \cdot P7$$

$$G7=P8 \cdot P9$$

Verovatnoća otkaza svake od cevi je 0,01

$$P(G7)=0,01 \cdot 0,01=10^{-4}$$

$$P(G6)=10^{-4}$$

$$P(G5)=10^{-6}$$

$$P(G4)=10^{-6}+0,01-10^{-8}=0,010099$$

$$P(G3)=0,01000099$$

$$P(G2)=0,001000099$$

$$P(G1)=0,00000101$$

$$P(T)=0,010001$$

# Određivanje verovatnoće vršnog događaja iz MSP

- MSP se mogu predstaviti kao presek svojih primarnih događaja, odnosno:

$$C_1 = \{P_{1,1}, P_{1,2}, \dots, P_{1,n_1}\} = \left\{ \bigcap_{j=1}^{n_1} P_{1,j} \right\},$$

$$C_2 = \{P_{2,1}, P_{2,2}, \dots, P_{2,n_2}\} = \left\{ \bigcap_{j=1}^{n_2} P_{2,j} \right\},$$

⋮

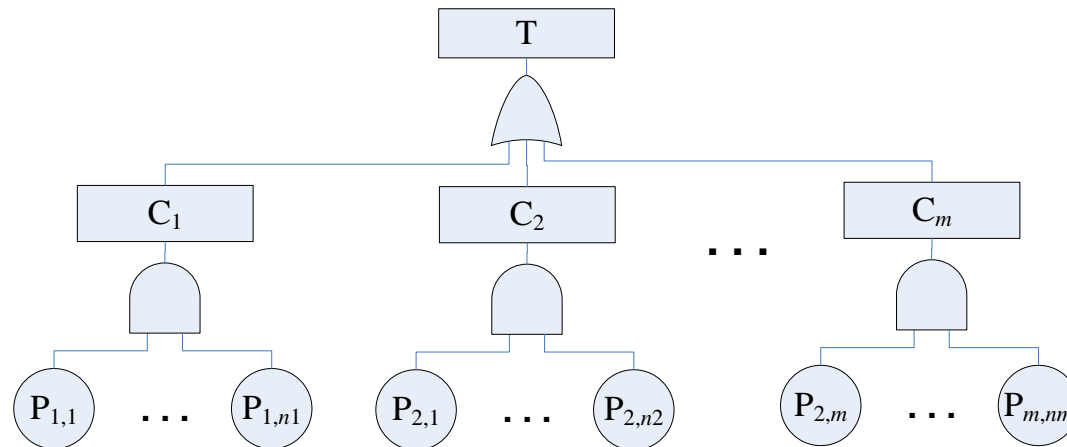
$$C_m = \{P_{m,1}, P_{m,2}, \dots, P_{m,n_m}\} = \left\{ \bigcap_{j=1}^{n_m} P_{m,j} \right\},$$

- gde je  $P_{ij}$   $i$ -ti primarni događaj u  $j$ -tom MSP .



# Određivanje verovatnoće vršnog događaja iz MSP

- Vršni događaj SN može biti prikazan kao na slici



- Vršni događaj T će se desiti ako se desi bar jedan od MSP, tj.

$$\{T\} = \left\{ \bigcup_{i=1}^m C_i \right\}$$

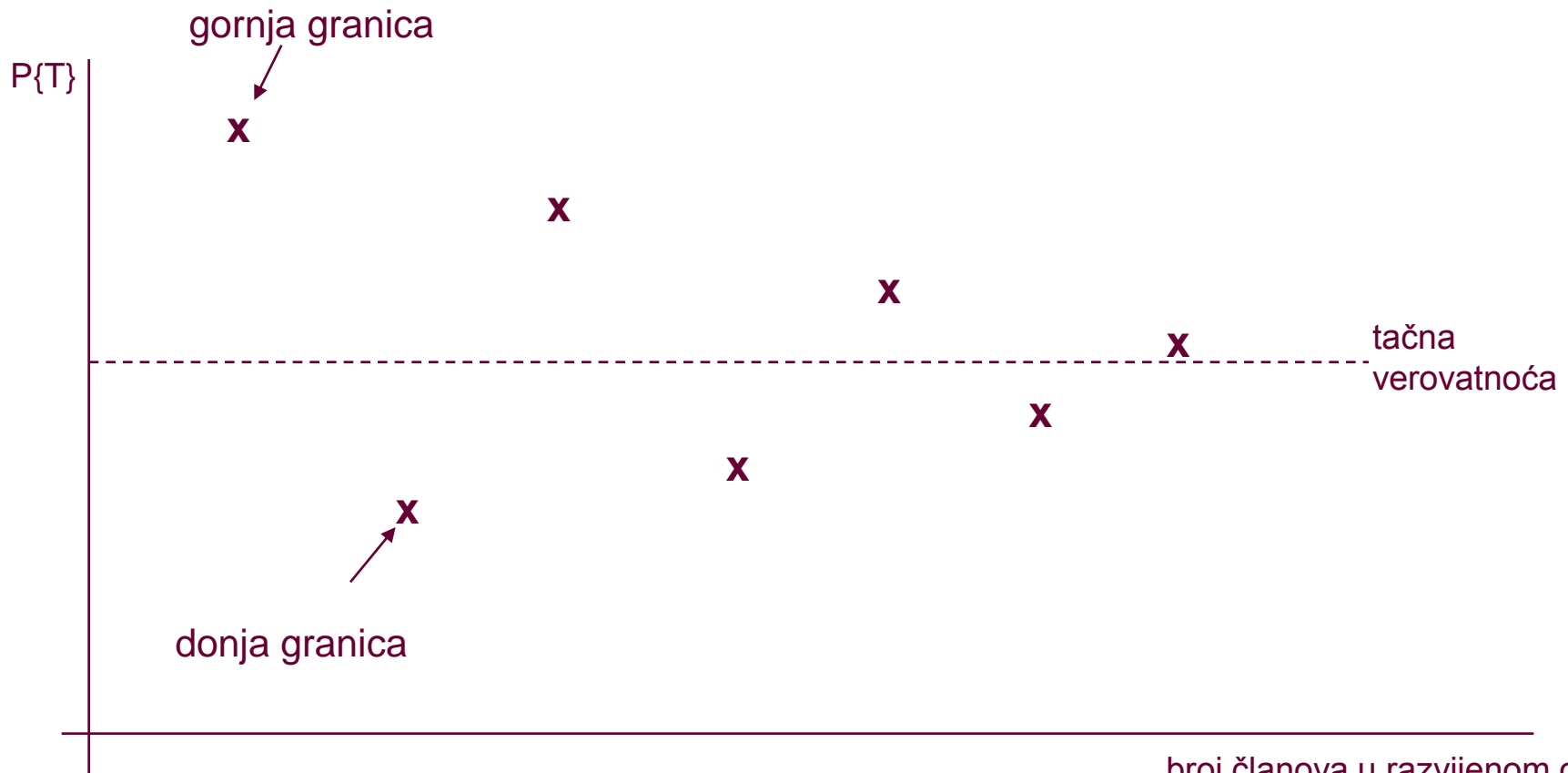
gornja granica P{T}

$$P\{T\} = P\left\{ \bigcup_{i=1}^m C_i \right\} = \underbrace{\sum_{i=1}^m P(C_i) - \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m P(C_i \cap C_j) + \sum_{i=1}^{m-2} \sum_{j=i+1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m P(C_i \cap C_j \cap C_k) + \dots + (-1)^{m-1} P\left( \bigcap_{i=1}^m C_i \right)}_{\text{donja granica P}\{T\}}$$

donja granica P{T}

# Određivanje verovatnoće vršnog događaja iz MSP

$$P\{T\} = P\left\{\bigcup_{i=1}^m C_i\right\} = \sum_{i=1}^m P(C_i) - \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m P(C_i \cap C_j) + \sum_{i=1}^{m-2} \sum_{j=i+1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m P(C_i \cap C_j \cap C_k) + \dots + (-1)^{m-1} P\left(\bigcap_{i=1}^m C_i\right)$$



# Kvantativna analiza SN

---

- Verovatnoća vršnog događaja se može odrediti i pomoću verovatnoća miniputeva. Miniputevi se mogu predstaviti kao unija svojih primarnih događaja, a vršni događaj kao presek svih miniputeva.

# Kvantativna analiza SN

Događaj	OPIS	Verovatnoća
$P_1$	Primarni otkaz motora	0,002
$P_2$	Primarni otkaz napajanja	0,007
$P_3$	Primarni otkaz osigurača	0,004
$P_4$	Otkaz prekidača 1	0,001
$P_5$	Otkaz prekidača 2	0,003
$S_1$	Otvoren prekidač 1	0,0025
$S_2$	Otvoren prekidač 2	0,005

# Kvantativna analiza SN

rang	MSP	OPIS	Verovatnoća
1	$P_1$	Primarni otkaz motora	0,002
1	$P_2$	Primarni otkaz napajanja	0,007
1	$P_3$	Primarni otkaz osigurača	0,004
2	$P_5 P_4$	Otkaz oba prekidača	0,000003
2	$P_5 S_1$	Otvoren prekidač 1 i otkaz prekidača 2	0,0000075
2	$S_2 P_4$	Otvoren prekidač 2 i otkaz prekidača 1	0,000005
2	$S_2 S_1$	Otvorena oba prekidača	0,0000125

# Kvantativna analiza SN

$$P\{T\} = P\left\{\bigcup_{i=1}^m C_i\right\} = \sum_{i=1}^m P(C_i) - \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m P(C_i \cap C_j) + \sum_{i=1}^{m-2} \sum_{j=i+1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m P(C_i \cap C_j \cap C_k) + \dots + (-1)^{m-1} P\left(\bigcap_{i=1}^m C_i\right)$$

- Gornja granica verovatnoće:

- $0,002+0,007+0,004+0,00003+0,0000075+0,00005+0,0000125= 0,013028$

- Tačna vrednost verovatnoće:

- $0,013028 - P(P_4) - P(P_5) - P(S_1) - P(S_2)$
- $= 0,013028 - 0,01 - 0,003 - 0,0025 - 0,005$
- $= 0,001528$

MSP	Verovatnoća
$P_1$	0,002
$P_2$	0,007
$P_3$	0,004
$P_5 P_4$	0,000003
$P_5 S_1$	0,0000075
$S_2 P_4$	0,000005
$S_2 S_1$	0,0000125

# Kvantativna analiza SN – mere značajnosti

---

- Značaj svih događaja u SN (primarnih i posrednih) i njihov doprinos verovatnoći vršnog događaja, kao i osetljivost verovatnoće vršnog događaja na povećanje ili smanjenje verovatnoće bilo kog događaja u SN.
- Pokazalo se da svega 20% primarnih događaja ima značajan doprinos (više od 90%) verovatnoći vršnog događaja.
- Na osnovu analize mera značajnosti mogu se donositi odluke o raspodeli resursa za testiranje, održavanje, kontrolu itd. da bi se smanjila verovatnoća vršnog događaja.

# Kvantativna analiza SN – mere značajnosti

- *Fussell-Vesely (F-V) Importance* (relativna i apsolutna) - utvrđuje doprinos svih događaja u SN verovatnoći vršnog događaja, što dalje omogućuje njihovo rangiranje. F-V značajnost se računa sumiranjem svih minipreseka koji sadrže posmatrani događaj.

rang	MSP	Verovatnoća
1	$P_1$	0,002
1	$P_2$	0,007
1	$P_3$	0,004
2	$P_5 P_4$	0,000003
2	$P_5 S_1$	0,0000075
2	$S_2 P_4$	0,000005
2	$S_2 S_1$	0,0000125

Događaj	OPIS	Verovatnoća svih MSP
$P_1$	Primarni otkaz motora	0,002
$P_3$	Primarni otkaz osigurača	0,004
$P_2$	Primarni otkaz napajanja	0,007
$S_1$	Otvoren prekidač 1	0,00002
$P_4$	Otkaz prekidača 1	0,000008
$P_5$	Otkaz prekidača 2	0,0000105
$S_2$	Otvoren prekidač 2	0,0000175



# Kvantativna analiza SN – mere značajnosti

- *Risk Reduction Worth (RRW)* - koliko se smanjuje verovatnoća vršnog događaja ako se osigura neodigravanje posmatranog događaja na nižem nivou SN. Određuje se postavljanjem da je verovatnoća posmatranog događaja jednaka 0 i ponovnim računanjem verovatnoće vršnog događaja.

Događaj	OPIS	Verovatnoća vršnog događaja
$P_1$	Primarni otkaz motora	0,011028
$P_3$	Primarni otkaz osigurača	0,009028
$P_2$	Primarni otkaz napajanja	0,006028
$P_4$	Otkaz prekidača 1	0,01302
$P_5$	Otkaz prekidača 2	0,0130175
$S_2$	Otvoren prekidač 2	0,0130105
$S_1$	Otvoren prekidač 1	0,013008

# Kvantativna analiza SN – mere značajnosti

- *Risk Achievement Worth (RAW)* - koliko se povećava verovatnoća vršnog događaja ako se osigura odigravanje posmatranog događaja na nižem nivou SN. Određuje se postavljanjem da je verovatnoća posmatranog događaja jednaka 1 i ponovnim računanjem verovatnoće vršnog događaja.

Događaj	OPIS	Verovatnoća vršnog događaja
$P_1$	Primarni otkaz motora	1
$P_2$	Primarni otkaz napajanja	1
$P_3$	Primarni otkaz osigurača	1
$P_4$	Otkaz prekidača 1	0,02102
$S_1$	Otvoren prekidač 1	0,021008
$P_5$	Otkaz prekidača 2	0,0165175
$S_2$	Otvoren prekidač 2	0,0165105

# Kvantativna analiza SN – mere značajnosti

- *Birnbaum's Importance Measure (BM)* – utvrđuje uticaj promene verovatnoće događaja na nižem nivou u SN na promenu verovatnoće vršnog događaja. Ova mera objedinjuje prethodne dve mere:  $BM = RAW - RRW$ .

Događaj	OPIS	Verovatnoća vršnog događaja
P <sub>3</sub>	Primarni otkaz osigurača	0,990972
P <sub>2</sub>	Primarni otkaz napajanja	0,993972
P <sub>1</sub>	Primarni otkaz motora	0,988972
S <sub>2</sub>	Otvoren prekidač 2	0,0035
S <sub>1</sub>	Otvoren prekidač 1	0,008
P <sub>5</sub>	Otkaz prekidača 2	0,0035
P <sub>4</sub>	Otkaz prekidača 1	0,008

# ASN

---

- Problem kombinatorne eksplozije, koji se prevazilazi na različite načine (odvojeno procesiranje nezavisnih podstabala, procesiranje SN po stepenima itd.).