

1. Произвођач намештаја прозводи три врсте намештаја од пуног дрвета: трпезаријски столови (ТС), клуб столови (КС) и брачни кревети (БК) које продаје по јединичној цени од 24000 динара за ТС, 19000 за КС и 50000 за БК.

Производња се обавља на две машине: машини за сечење и обраду дасака (М1) која месечно може да ради 1200 минута и машини за спајање дасака у финални производ (М2) која месечно ради 1000 минута и чији се капацитет мора у потпуности искористити. Због немогућности дугог држања сировина од дрвета на складишту, у току месеца мора да се потроши бар 6000м дрвене грађе за производњу намештаја. Времена обраде (у минутима) намештаја на овим машинама и утрошак сировине (у метрима) дати су у табели:

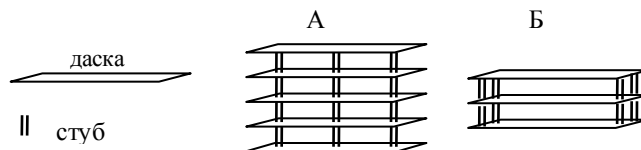
	ТС	КС	БК
М1	32	27	38
М2	15	12	45
дрво	15	8	50

Формулисати математички модел којим се одеђује месечни план производње, односно колико комада сваке врште намештаја треба производити да би се максимизирао укупан приход од продаје.

2. Управа сајма је одлучила да једну халу површине 2000m^2 подели на 3 врсте локала следећих површина: 10m^2 (Л1), 20m^2 (Л2), 40m^2 (Л3). Локале ће издавати по месечној цени од 200нј по квадратном метру локала. Поред тога у цену издавања ће бити укључени годишњи трошкови електричне енергије и то 10000нј по локалу без обзира на врсту. Управа је анализом тржишта дошла до закључка да ће много лакше да се издају мали локали па је одлучила да број локала типа Л1 буде тачно дупло већи од броја локала друга два типа. Формулисати математички модел којим се максимизира укупан годишњи приход који управа сајма остварује издавањем локала.

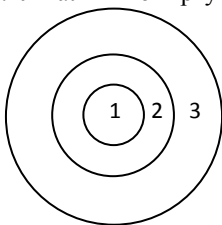
3. Фабрика намештаја планира да пласира једнаке количине две врсте полица (полице А и Б са слике).

Полице су комбинација дрвених дасака и металних стубића. Обе врсте полица се могу правити у две варијанте: од браон дасака, којих на складишту укупно има 500 и од црних дасака, којих има 600, али се не могу мешати даске различитих боја у једној полици. Фабрика располаже са укупно 2000 металних стубића. Јединична цена полице А је 100 новчаних јединица ако се прави у браон боји, а 110 ако је црна. Јединична цена браон полице Б је 80нј, а црне 90нј. Потребно је одредити колико полица које врсте и у којој боји фабрика треба да произведе да би укупна продајна цена полица била максимална. Формулисати математички модел ЛП.



4. У предизборној кампањи политичка странка жели да емитује бар 130 пропагандних порука на 3 најјаче телевизије (Т1, Т2 и Т3). Једна порука приказана на телевизији Т1 траје пола минута, на Т2 15 секунди, а на Т3 1 минут. Одлучено је да се на телевизији Т1 емитује најмање 40 минута а на Т2 највише 50 минута Емитовање пропагандних порука се плаћа по утрошениом времену и то: на Т1 100 новчаних јединица по минути, на Т2 120 новчаних јединица по минути и на Т3 110 новчаних јединица по минути. Потребно је одредити колико минута на којој телевизији треба странка да се оглашава да би укупна цена оглашавања била минимална. Написати математички модел проблема

5. У хали Пионир у Београду организује се Лига шампиона у малом фудбалу. У договору са организатором такмичења, обезбеђење догађаја ће обављати 3 врсте полицајаца: полицајци у цивилу, полицајци у униформама и полицајци који обављају присмотру из возила. Ови полицајци ће бити распоређени у 3 прстена полицијске присмотре.



Спољни прстен представља круг око спортског центра пречника 2 км (представљен бројем 3 на слици); средњи прстен круг пречника 1 км (број 2), и унутрашњи прстен сама хала Пионир (број 1). Потребан број полицајаца у хали је одредио сам организатор, а одређивање броја полицајаца у преостала 2 прстена је препустио управи полиције.

Управа полиције је проценила да у 2. прстену треба да буду полицајци у цивилу и униформисани полицајци, а у 3. прстену униформисани полицајци и полицајци који обављају присмотру из возила. Такође су проценили да униформисаних полицајаца треба да буде најмање 110, и да половина ангажованих униформисаних полицајаца треба да буде у 2., а друга половина у 3. прстену.

Потребно је одредити колико је полицајаца и које врсте потребно да би били задовољени постављени безбедоносни услови 2. и 3. прстена, а да њихов укупан број буде минималан. Организатор је захтевао да у 2. прстену буде најмање 100, а у 3. прстену најмање 120 полицајаца, а полиција може да обезбеди укупно највише 250 полицајаца за та два прстена.

6. Дирекција за путеве добила је донацију од 300000 тона хладног асфалта за реконструкцију коловоза на три деонице у јужној Србији: пут Алексинац-Лесковац (преко Нишке Бање), пут Крушевац-Куршумлија (преко Бруса) и пут Власотинце-Димитровград (преко Пирота). Асфалтирање деоница почеће 22. новембра а, због лоших временских услова који се очекују у децембру, мора да се заврши за 14 дана. Деонице и удаљености у километрима дати су на слици. Коловоз на деоници Алексинац-Лесковац је ширине 6 метара, на деоници Крушевац-Куршумлија 8 метара а на деоници Власотинце-Димитровград 10 метара. Путеви на свим деоницама су у сличном стању и процењено је да ће утрошак асфалта на сваком од њих бити 160кг/м^2 .



Дирекција има довољно екипа за асфалтирање тако да ће на сваку деоницу послати посебну екипу. Опрема којом свака екипа располаже омогућава асфалтирање 4800м^2 на сат и рад од 10 сати дневно.

На основу укупне километраже и норматива за утрошак асфалта, у Дирекцији је закључено да добијени асфалт неће бити довољан да се комплетно асфалтирају све три деонице. Поред тога на свакој деоници бар два града морају бити повезана новим путем. Због тога је потребно одредити колико километара које деонице треба асфалтирати тако да укупна дужина асфалтираног коловоза буде максимална.

а) Формулисати математички модел.

б) Преформулисати модел ако Дирекција има на располагању само једну екипу која има рок од 30 дана да обави све послове.

7. Припреме за предстојећу Универзијаду у Београду су у току. Решавање проблема смештаја учесника Универзијаде у станове Универзитетског села препуштено је студенту-волонтеру Пери са ФОН-а. Пера је прикупио следеће податке (у колони Број учесника дат је број учесника који се могу сместити у један стан одређеног типа):

Тип стана	Квадратура [м ²]	Број учесника	Расположиви број станова
Гарсоњера	25	2	200
Једноособан	35	4	400
Двособан	50	6	550
Трособан	70	10	350
Четворособан	95	12	100

Укупан број учесника на Универзијади је 8000 и сви они морају бити смештени у Универзитетско село.

Пера се суочио и са посебним захтевима како организатора, тако и учесника:

- Једна делегација је имала посебан захтев: да њихови студенти буду смештени у трособним становима, а представници у двособним. Представника у овој делегацији има укупно 78, а студената 350;
- Организатор је захтевао да сви четворособни станovi морају бити издати учесницима и да бар 60% од **укупних** смештајних капацитета буде попуњено.

Након Универзијаде сви станovi морају бити детаљно очишћени и припремљени за будуће становнике и у ту сврху организатор је склопио уговор са предузећем *ЧистоКоСуза*. Уговорена цена чишћења станова је 50дин/м^2 . Осим ових трошкова, организатор плаћа режијске трошкове од 5000 дин по стану без обзира на врсту стана.

Формирати математички модел којим се одређује колико станова ког типа ће бити дато на располагање учесницима уз минималне трошкове.

8. Планер исхране има задатак да направи тродневни јеловник за болесника са тешким функционалним оштећењем бубрега. Циљ ове дијете је да осигура минимални унос високовредних беланчевина које служе организму за надокнаду есенцијалних аминокиселина као и да спрече катаболизам властитих протеина. Дијету треба да сачињавају намирнице са малом количином калијума ради спречавања интоксикације са калијумом. Дијета је неслана.

Проучавањем релевантне литературе планер је закључио да према овој дијети не треба дозволити да се у организам унесе више од 20 грама беланчевина дневно. Слично као код беланчевина, ова дијета захтева да дозвољена количина калијума буде на нивоу једне петине од нормалних потреба у исхрани, односно до 750 милиграма дневно. Након разговора са нутриционистом, планер је још закључио да ће учешће свих преосталих хранљивих и заштитних материја бити правилно избалансирано, ако се постави захтев да просечна дневна енергетска вредност дијете треба да износи бар 5000 килоцула и захтев да она дневно просечно треба да обезбеди бар 120 грама угљених хидрата.

Наредни корак за планера је био да, с обзиром на расположивост намирница на тржишту, у сарадњи са нутриционистом изврши анализу њиховог биохемијског састава и одабере као кандидате за дијету оне намирнице које не садрже веће

количине беланчевина и калијума. Наравно, требало је водити рачуна и о томе која се јела могу припремити од тих намирница. Нутрициониста се определио за следећих 12 намирница: хлеб, кромпир, карфиол, боранија, јабуке, крушке, јаја, млеко, уље, хлеб, мед, маслац и цем. Може се приметити да међу изабраним намирницама нема намирница из групе "месо и производи од меса", јер оне садрже велике количине и беланчевина и калијума. Из "таблице састава животних намирница" преузети су подаци о биохемијској вредности ових намирница. Ови подаци приказани су у Табели у којој су дате и цене по јединици мере ових намирница.

Подаци о биохемијској вредности и цени намирница

намирница	јед. мере	енерг. вред. (КЈ)	беланчевине (гр)	уг. хидрати (гр)	калијум (мгр)	цена
хлеб	100 гр	953	8	48	100	1,5
кромпир	100 гр	357	1,9	19	310	1,8
карфиол	100 гр	112	1,3	5	302	2,5
боранија	100 гр	162	2,2	7	235	4
јабуке	100 гр	236	0,2	13	120	2
крушке	100 гр	241	0,3	13	135	2,5
јаја	1 ком	317	6,1	0,4	66	3
млеко	1 дл	278	3,5	5	151	1,6
уље	1 дл	3764	0	0	0	4,4
мед	100 гр	1348	0,3	80	50	15
маслац	100 гр	3132	0,8	0	19	27
цем	100 гр	1164	0,3	69	70	8

а) Формулисати математички модел за одређивање количина са којима свака од 12 намирница треба да буде заступљена у дијети.

б) Анализом плана исхране који је за ову дијету предложио нутрициониста (искусствено-интуитивни метод), планер је закључио да се у планирању мора водити рачуна о међусобним пропорцијама појединих намирница. Планер и нутрициониста су формулисали следеће додатне захтеве које ова дијета треба да испуни:

- дневна потрошња хлеба треба да је између 50 и 70 грама,
- укупно за три дана треба потрошити најмање 200 грама кромпира и најмање по 100 грама бораније и карфиола,
- укупно за три дана треба потрошити 200 грама јабука и крушака заједно,
- укупна потрошња млека треба да буде бар 2 дл,
- укупно за 3 дана треба потрошити бар 3 комада јаја и
- меда треба потрошити за 3 дана бар 100 грама, а укупно меда и цема бар 250 грама.

9. Произвођај намештаја ДРВО планира да пласира нови програм намештаја од ораховог дрвета. На основу испитивања тржишта, утврдио је да ће најтраженији бити трпезаријски столови (ТС), клуб столови (КС) и брачни кревети (БК) и већ у првом месецу очекује да ће моћи да прода бар 100 ТС, 120 КС и 50 БК. Међутим, због високе цене ових производа (24000 динара за ТС, 19000 за КС и 50000 за БК) очекује да ће највише моћи да прода 180 ТС, 210 КС и 100 БК.

За производњу намештаја, набављене су даске од ораховог дрвета чија је укупна дужина 6000м. За један ТС потребно је 15м, за КС 8м а за БК 50м дасака. Остало помоћног материјала (ексери, металне шипке, лак итд.) увек има довољно на складишту због текуће производње.

Од постојећих машина, издвојене су две машине за сечење и обраду дасака (М1) и две машине за спајање дасака у финални производ (М2). Свака од ових машина може да ради по 8 сати дневно. Пошто су машине потребне и за текућу производњу, планира се да се користе за производњу намештаја од ораховог дрвета само у прве две седмице (12 радних дана). Време обраде (у минутима) намештаја од ораховог дрвета на овим машинама дато је у табели:

	М1	М2
ТС	32	15
КС	27	12
БК	38	45

Од расположивих радника, ангажована су четири мајстора. Пошто је рад машина делимично аутоматизован, потребно је 30 минута ангажовања једног мајстора у изради једног ТС, 25 минута у изради једног КС и 40 минута у изради једног БК. Мајстори раде по 8 сати дневно.

а) Узимајући у обзир расположиве ресурсе и тржишне услове, одреди колико комада намештаја ког типа треба произвести у току првог месеца да би се максимизирао укупан приход од продаје.

б) Власник предузећа ДРВО је склопио уговор са иностраним дистрибутером намештаја, којим се обавезује да ће наредног месеца испоручити бар 200 ТС, 250 КС и 120 БК по истој цени по којој су продавани претходног месеца. С обзиром да

нема довољно машинског капацитета, власник је свестан да мора да реши тај проблем. После анализе својих опција, нашао је два могућа решења: купиће још машина М1 и М2 или ће удружити своје капацитете са другим предузећем.

б1) Купиће још машина М1 и М2.

Нове машине М1 и М2, које би купио, имају исте нормативе и радно време као машине које већ има у својим погонима. Нова машина М1 кошта 2000000 динара а машина М2 3200000 динара. За куповину машина било би издвојено 9000000 динара. Месечна амортизација ових машина износи 1% од њихове набавне цене. Једна машина М1 заузима 15m^2 а машина М2 18m^2 а у погону у коме би се правио намештај од ораховог дрвета има 77m^2 слободног простора. Сировине би биле набављане по потреби а у погонима има довољно радника који би били ангажовани, тако да ови ресурси неће бити укључени у анализу. Потребно је одреди колико комада намештаја ког типа треба произвести у току наредног месеца и колико нових машина треба купити да би се максимизирао укупан приход од продаје (умањен за месечну амортизацију).

б2) Удружиће своје капацитете са предузећем ДОМ.

У истом граду, у коме су погони предузећа ДРВО, постоји још један произвођач намештаја ДОМ. Власник предузећа ДРВО је предложио власнику предузећа ДОМ да удруже своје капацитете да би заједно успели да произведу уговорену количину и евентуални вишак за слободну продају на тржишту. Договор би подразумевао да оба предузећа заједно купе 20000м дасака од ораховог дрвета и држе их на заједничком складишту. Свако предузеће би користило своје машинске капацитете а остваривало приход од количина произведених у својим погонима.

Предузеће ДОМ има машине за сечење и обраду дасака (М1) и машине за спајање дасака у финални производ (М2). Време обраде намештаја на овим машинама и њихов расположиви капацитет (у минутима) дат је у табели:

ДОМ	М1	М2
ТС	35	17
КС	25	10
БК	42	50
капацитет	12000	10000

Оба предузећа имају довољно радника, тако да они неће бити укључени у анализу.

Потребно је одредити колико комада намештаја ког типа треба произвести у предузећу ДРВО а колико у предузећу ДОМ току наредног месеца да би се максимизирао укупан приход од продаје.

10. За производњу два производа А и Б користи једна машине. Времена обраде једне јединице производа А на машини је 2 вј. а производа Б 1 вј. Капацитет машине по кварталима дат је у следећој табели:

	I квартал	II квартал	III квартал
машина М	1136	1252	1124

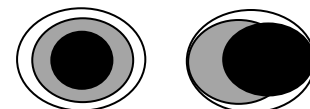
Потражња за овим производима у сваком од квартала је позната и износи:

	I квартал	II квартал	III квартал
производ А	200	225	250
производ Б	120	150	160

Предузеће је у обавези да у сваком кварталу у потпуности задовољи потражњу за овим производима, а у случају да се у неком од квартала произведу веће количина од потребне вишак производа се може ускладиштити. Трошкови складиштења једне јединице ових производа за производ А износе 20, 21 и 18 н.ј. респективно по сваком од квартала, а за производ Б 15 н.ј. у прва два квартала, а 14 н.ј. у трећем кварталу. Формулисати математички модел проблема у циљу остваривања минималних укупних трошкова складиштења у прва три квартала.

11. Породична мини фабрика чоколадних пралина одлучила је да направи две специјалне промо врсте пралина за Нову годину. Пралине ће се правити у три боје – од млечне, беле и горке чоколаде, а разликоваће се по саставу какаа и по дезену.

Потребно је направити 100кг пралина прве врсте (Пралине 1) и 150 кг пралина друге врсте (Пралине 2). Основни састојци чоколаде и њихов садржај приказани су у наредној табели. Такође су дати и минимални, односно максимални захтеви за одређеним састојком у пралинама.



Пралине 1

Пралине 2

	Какао	Какао маслац	Млеко у праху	Шећер	Расположива количина у кг	Цена н/кг
Бела чоколада	/	0,28	0,26	0,46	100	500
Млечна чоколада	0,12	0,18	0,22	0,48	150	700
Горка чоколада	0,48	0,04	/	0,48	50	1000
Пралине 1	max 20%	min 15%	min 20%	min 45%		
Пралине 2	min 30%	max 10%	8 - 10%	max 43%		

Потребно је одредити колико процената сваке врсте чоколаде треба да садрже Пралине 1 и Пралине 2, а да укупна сена буде минимална. Додатни услов је да садржај млечне чоколаде у свакој пралини треба да буде већи од 25%.