Преглед примене ОИ у решавању реалних проблема

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Примене ОИ у ЛАБОИ

- Унапређење система годишњег планирања у *ICN* Југославија
- Планирање продаје у *MOĆ PRIRODE GROUP DOO*
- Одређивање оптималних рута (*PHARMASWISS, IMLEK AD, NIS)*
- Оптимизација телевизијског оглашавања
- Оптимални распон зарада у ТЕЛЕКОМ АД
- Планирање вишеструког специјалног догађаја (ДУНАВ ОСИГУРАЊЕ)
- Оптимизација дневног планирања трговине елекричном енергијом
- Оптимално распоређивање (КБЦ ЗВЕЗДАРА, КОМЕРЦИЈАЛНА БАНКА)
- Оптимизација распореда палета у складишту (RAUCH)

УНАПРЕЂЕЊЕ СИСТЕМА ГОДИШЊЕГ ПЛАНИРАЊА У *ICN* ЈУГОСЛАВИЈА

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

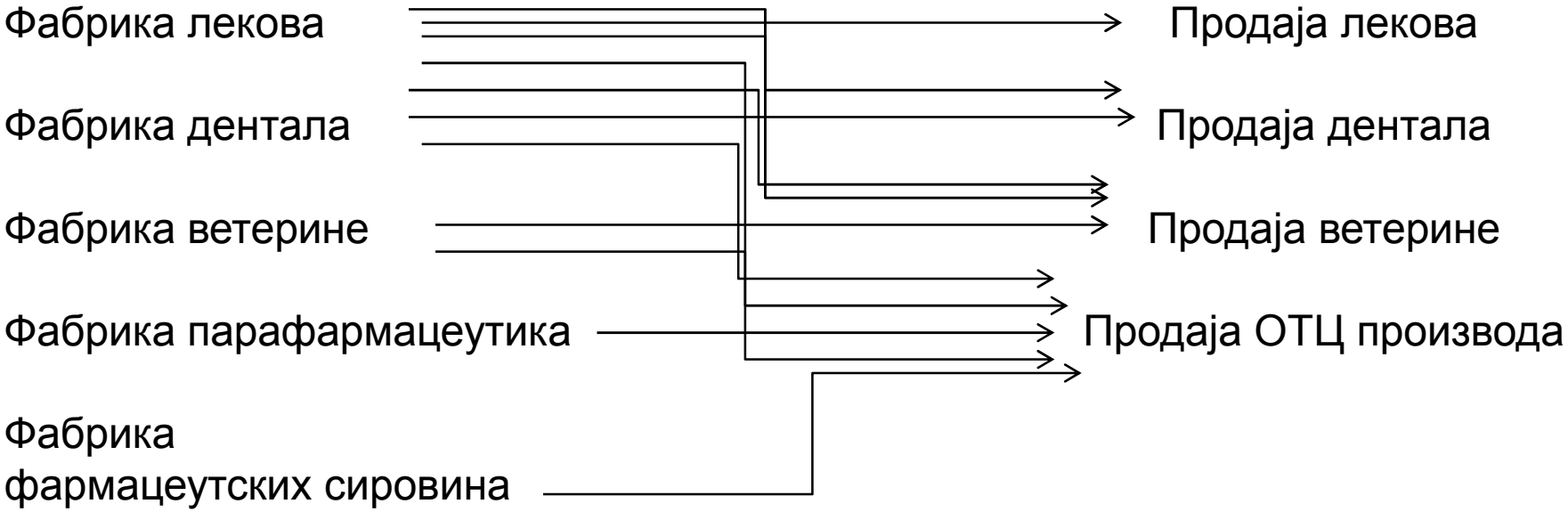
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема

ICN Yugoslavia – део ICN Pharmaceutics



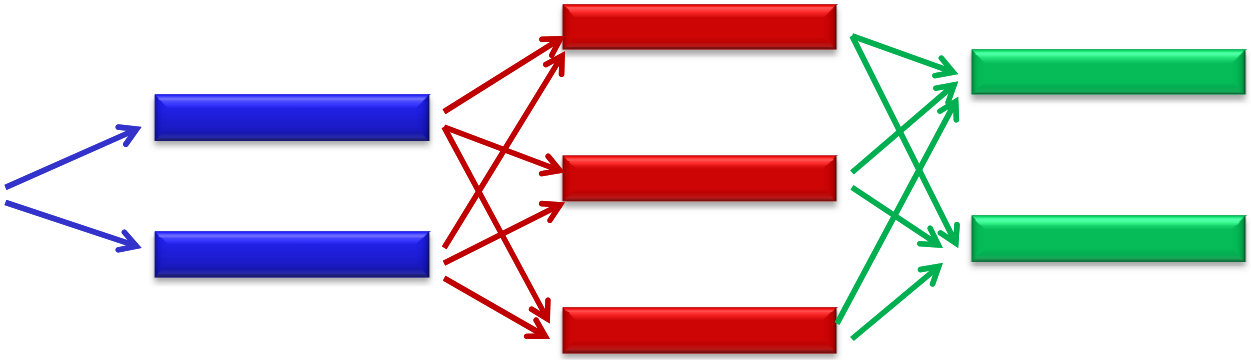
ЛабОИ

- Пилот пројекат: Фабрика лекова – упрошћени модел
  - асортиман,
  - јединичне продајне цене,
  - јединични производни трошкови,
  - упрошћени подаци о капацитетима,
  - горње и доње границе производа.

- Линеарни модел; LINDO.

Прикупљање података

- Сектор плана.
- BAMICS



- Тржишна политика – доње и горње границе продаје;
- Капацитети у производњи – И и ИЛИ везе производних линија;
- Економска карактеризација производа.

Менаџерски циљеви

- GROS PROFIT (%)

$$\%GP = \frac{UP - CP}{UP}$$

- Прерасподела фиксних трошкова на различити нивоима: погон, фабрика, продаја, компанија

ЛабОИ

Математички модел

- КРИТЕРИЈУМ: максимизација нето профита
- ОГРАНИЧЕЊА:
  - Тржишна ограничења
  - Остварена задата профтна стопа
  - Капацитети производних линија
  - И и ИЛИ везе између производних линија

Математички модел

линеаризација

$$(\max) f(x) = \sum_{p \in P} \sum_{j \in J_p} \left(npc_j - tm_j - ti_j \left(1 + \frac{tr_p}{tim_p} + \frac{tp_p}{tim_p} \right) \right) \cdot x_j$$

po

$$D_j \le x_j \le G_j \quad j \in J_p, p \in P \qquad (1)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{j \in J_p} \left(1 - D_{pgp}\right) \cdot npc_j \cdot x_j \ge CP \qquad (2)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{j \in J_p} \left(1 - G_{pgp}\right) \cdot npc_j \cdot x_j \le CP \qquad (3)$$

$$CP = \sum_{p \in P} \sum_{j \in J_p} tm_j \cdot x_j + \sum_{p \in P} \left(nz_p + tp_p\right) \qquad (4)$$

$$\sum_{j \in J_p} a_{ij} \cdot y_{ij} \le b_i \quad i \in I, p \in P \qquad (5)$$

$$\sum_{i \in I_s} y_{ij} = x_j \quad j \in J_p, p \in P, s = \overline{1,k} \qquad (6)$$

$$y_{ij} \ge 0 \quad i \in I_s, s = \overline{1,k}, j \in J_p, p \in P \qquad (7)$$

ЛабОИ

MODEL ZA FON2003 [Compatibility Mode] - Microsoft Excel

Home | Insert | Page Layout | Formulas | Data | Review | View | Add-Ins

ICN
- Opšti podaci
- Definisanje modela
- Generisanje modela
- Optimizacija
- Definisanje prodaje
- Generisanje izveštaja
- Uputstvo

update of links has been disabled | Options...

49,162

Rb.	Šifra	Tržište	Pogon	Naziv	Mesto prodaje	NPC	Cena materijala	Troškovi izrade	min kol.	max kol.	veličina šarže	mesečno	sifra1	normativ1	sifra1	normativ1	sifra1	normativ1	sifra2	normativ2
1	GL0007	D	amp	AMIKACIN amp. 10x100mg	ML	401,85	140,52	2,68	19.800	24.200	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K1	0,0024420	K3-K5	0,0024200				
2	GL0008	D	amp	AMIKACIN amp. 10x500mg	ML	1410,94	637,08	2,68	54.000	66.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K1	0,0026620	K3-K5	0,0026620				
3	GL0588	D	amp	AMINOFILIN INJ. 50X 250 MG/10 ML	ML	300,99	162,70	18,31	21.600	26.400	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K5	0,0173460						
4	GL0014	D	amp	AQUA REDESTILATA amp. 50x2ml	ML	178,60	56,37	9,06	36.000	44.000	1	33,33,35,33,33,33,33,33,35,33,33,33	K1	0,0115071	K3-K5	0,0115071				
5	GL0015	D	amp	AQUA REDESTILATA amp. 50x5ml	ML	232,18	88,05	10,43	135.000	165.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K2	0,0129041	K3-K5	0,0129041				
6	GL9082	D	amp	ATROPIN SULFAT inj.10x1 ml	ML	109,00	115,96	0,01	1.800	2.200	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1								
7	GL0020	D	amp	BACTRIM amp.50x5ml	ML	651,89	228,41	18,05	10.800	13.200	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K2	0,1382900	K4-K5	0,0138290				
8	GL0021	D	amp	BEDOXIN amp.50x 2ml	ML	205,39	59,87	8,60	54.000	66.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K1	0,0116105	K3-K5	0,0116105				
9	GL0347	D	amp	BENSEDIN amp.10x10mg/2ml	ML	80,37	15,84	2,20	216.000	264.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K1	0,0025168	K3-K5	0,0025168				
10	GL0029	D	amp	BEVIPLEX lio.amp.5x3ml	ML	112,52	20,01	3,16	72.000	88.000	1	65,65,65,65,65,65,65,65,75,65,65,75	K5	0,0075550						
11	GL0579	D	amp	BUMENID amp. 10x2 ml	ML	71,44	14,65	2,35	43.200	52.800	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K1	0,0020813	K3-K5	0,0020813				
12	GL0391	D	amp	DEXAMETASON-NEOMICIN kapi 5ml	ML	57,15	13,67	1,66	360.000	440.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K7	0,0017500						
13	GL0055	D	amp	DEXASON amp.25x4mg/ml	ML	196,46	46,91	4,66	162.000	198.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K3-K5	0,0051000						
14	GL0431	D	amp	DIKLOFEN amp.5x75mg/3ml	ML	49,16	11,56	1,58	495.000	605.000	1	50,50,45,45,45,45,40,35,50,50,45,50	K2	0,0011979	K3-K5	0,0011979				
15	GL0439	D	amp	DIMEKOR amp.10x0.2mg/ml	ML	75,95	26,43	2,40	5.400	6.600	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K1	0,0025168	K3-K5	0,0025168				
16	GL0534	D	amp	FLORMIDAL amp.10x5mg/5ml	ML	160,74	40,63	3,82	54.000	66.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K2	0,0034457	K3-K5	0,0034457				
17	GL0426	D	amp	GENTAMICIN amp.10x120.000ij	ML	169,67	28,38	2,40	225.000	275.000	1	21,21,21,21,21,21,20,20,21,21,21,21	K1	0,0025168	K3-K5	0,0025168				
18	GL0364	D	amp	GENTAMICIN amp.10x80.000ij	ML	151,81	23,80	2,40	225.000	275.000	1	21,21,21,21,21,21,20,20,21,21,21,21	K1	0,0026378	K3-K5	0,0026378				
19	GL0310	D	amp	GLAUMOL kapi0.5%5ml	ML	80,37	15,75	1,66	270.000	330.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K7	0,0017500						
20	GL0077	D	amp	HEPARINamp.10x5ml	ML	473,29	244,23	2,95	45.000	55.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K2	0,0034457	K3-K5	0,0034457				
21	GL0078	D	amp	HEPARINamp.5x1ml	ML	89,30	30,25	1,42	81.000	99.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K3-K5	0,0010725						
22	GL0079	D	amp	HEPARINamp.sub.5x0.25ml	ML	89,30	30,91	1,21	126.000	154.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K3-K5	0,0013365						
23	GL0081	D	amp	HYDROCORTISON susp.10 ml	ML	71,44	19,25	1,39	18.000	22.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K6	0,0032680						
24	GL0249	D	amp	INSULIN LENTE SPP 10ml	ML	245,34	87,94	0,96	396.000	484.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K6	0,0007380						
25	GL0246	D	amp	INUTRAL SPP 10ml	ML	245,34	88,87	1,05	117.000	143.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K6	0,0006910						
26	GL0419	D	amp	IZOPAMIL amp.50x5 ml	ML	71,44	59,61	9,43	10.800	13.200	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K1	0,0114436	K3-K5	0,0114436				
27	GL0107	D	amp	KLOMETOL amp.10x10mg/2ml	ML	53,58	13,14	2,35	135.000	165.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K1	0,0020813	K3-K5	0,0020813				
28	GL0418	D	amp	LIDOKAIN HLORID 2%amp.50x2ml	ML	286,70	59,85	10,85	31.500	38.500	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K1	0,0125796	K3-K5	0,0125796				
29	GL0292	D	amp	LIDOKAIN HLORID amp.10x2ml	ML	55,37	13,88	2,91	7.200	8.800	1	10,9,7,6,5,4,5,5,6,6,7,10	K1	0,0025168	K3-K5	0,0025168				
30	GL0294	D	amp	LIDOKAIN HLORID amp.10x3.5ml	ML	75,01	19,33	2,65	63.000	77.000	1	80,80,60,50,50,60,25,25,50,60,80,80	K2	0,0025383	K3-K5	0,0025383				
31	GL0127	D	amp	LUTESTROL amp.5x1ml	ML	107,16	14,43	1,43	14.400	17.600	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K3-K5	0,0013252						
32	GL0138	D	amp	NOVALGETOL amp.50x5ml	ML	491,15	141,70	12,08	54.000	66.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K2	0,0119900	K3-K5	0,0119900				
33	GL0143	D	amp	OESTRADIOL amp.5x10mg/ml	ML	107,16	22,57	1,78	14.400	17.600	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K3-K5	0,0012048						
34	GL0144	D	amp	OHB12 amp.5x2ml	ML	107,16	18,09	1,09	360.000	440.000	1	1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1	K1	0,0012705	K3-K5	0,0012705				

Proizvodi | Pogoni | Linije | Drzave | Rad.Snaga | Sumarni | Pojedinacni | Kapaciteti | RadnaSnaga | PPR | PPOG | ADENTALI | AFABRIKAI

Ready 100%

ЛабОИ

Извештаји

- ИЗВЕШТАЈИ О ОПТИМИЗАЦИЈИ
  - сумарни извештај (биланс успеха)
  - појединачни извештај (оптимални асортиман)
  - искоришћеност капацитета
  - искоришћеност појединих категорија радне снаге

- ИЗВЕШТАЈИ ЗА МЕНАЏМЕНТ
  - извештај о плану производње по тржиштима
  - извештај о плану производње по погонима и тржиштима
  - извештај о плану продаје по асортиманиизвештај о плану продаје по тржиштима
  - извештај о плану продаје нових производа по асортиману
  - извештај о плану продаје нових производаизвештај о плану извоза
  - радни извештај (рекапитулација)

ЛабОИ

Фабрика лекова

- ДИМЕНЗИЈЕ ПРОБЛЕМА
  - број производа 753
  - број производних погона 7
  - број производних линија 40
  - максималан број и веза 4
  - максималан број или веза 4
  - број категорија (профила) радника 28
  - максималан број профила по производу 5

- ДИМЕНЗИЈЕ МОДЕЛА
  - број променљивих 5271
  - број ограничења 2302

ЛабОИ

Примена

- Прва верзија софтвера крајем 1996. године
- Друга верзија софтвера - јуни 1997. године
- Октобар 1997. године - Коста Меса (Калифорнија)
- Израда планова од 1998. године до данас
- Профитни центри

ОПТИМИЗАЦИЈА ПРОДАЈНОГ АСОРТИМАНА У *MOĆ PRIRODE GROUP DOO*

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема

- Компанија mocprirode
  - Основна делатност производња сокова
  - Холдинг
    - Беофруто - производња
    - Фруто - производња
    - ПН Агроекономик - дистрибуција и продаја на домаћем тржишту
    - Агроеминент - врши увоз сировине и репроматеријала за потребе интерних предузећа, извози производе компаније, производи и извози Д/З воће
  - Положај на тржишту
    - Конкурентске компаније
    - Купци
    - Добављачи

Опис проблема

	A	B	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1		10.76413		UKUPAN	VARIJABILNI TROSKOVI								FIKSNI TROSKOVI							Neto	
2				PRIHOD			Neproizv.													profit	
3	PROIZVODI		PC		Proizvodni		Rabat		Transp		Ukupno		Proizvodni		Neproizv.		Ukupno		PROFIT		NPS
4		Obim prodaje	EUR	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	000 Eur	000 Eur	%
5	MP SLIM BOROVNICA 1/1	222,574	0.50	111	0.31	69	0.022	5	0.00	0	0.33	74.05	0.02	5.23	0.08	16.79	0.10	22.01	14.65	13.19	11.91
6	MP SLIM BRESKVA NEKTAR 1/1	147,253	0.45	66	0.29	43	0.020	3	0.00	0	0.31	46.21	0.02	3.46	0.08	11.19	0.10	14.64	4.92	4.42	6.73
7	MP SLIM JABUKA NEKTAR 1/1	178,967	0.41	73	0.26	47	0.018	3	0.00	0	0.28	50.18	0.02	4.20	0.08	13.58	0.10	17.78	5.36	4.82	6.58
8	MP SLIM JAGODA NEKTAR 1/1	102,257	0.47	48	0.31	32	0.021	2	0.00	0	0.33	33.69	0.02	2.40	0.08	7.77	0.10	10.17	4.26	3.83	7.96
9	MP SLIM KAJSIJA 1/1	72,994	0.46	34	0.28	20	0.021	2	0.00	0	0.30	21.86	0.02	1.71	0.08	5.63	0.10	7.34	4.65	4.19	12.37
10	MP SLIM MALINA NEKTAR 1/1	8,175	0.53	4	0.33	3	0.024	0	0.00	0	0.35	2.90	0.02	0.19	0.08	0.64	0.10	0.83	0.57	0.52	11.98
11	MP SLIM VIVITA 1/1	201,393	0.47	95	0.27	54	0.021	4	0.00	0	0.29	57.88	0.02	4.72	0.08	15.41	0.10	20.13	16.76	15.09	15.92
12	MP PURE BRESKVA 1/1	4,618	0.62	3	0.46	2	0.03	0	0.00	0	0.49	2.27	0.02	0.11	0.09	0.41	0.11	0.51	0.07	0.06	2.18
13	MP PURE JAGODA 1/1	168	0.75	0	0.25	0	0.04	0	0.00	0	0.29	0.05	0.02	0.00	0.05	0.01	0.07	0.01	0.06	0.06	46.61
14	MP PURE KAJSIJA 1/1	1,000	0.67	1	0.42	0	0.04	0	0.00	0	0.46	0.46	0.02	0.02	0.10	0.10	0.12	0.12	0.09	0.08	12.57
15	MP PURE PARADAJZ 1/1	12,821	0.63	8	0.31	4	0.03	0	0.00	0	0.35	4.42	0.02	0.30	0.09	1.10	0.11	1.40	2.22	2.00	24.83
16	MP PURE POMORANDJA 1/1	8,842	0.63	6	0.40	4	0.03	0	0.00	0	0.43	3.82	0.02	0.20	0.09	0.76	0.11	0.96	0.82	0.73	13.13
17	MP NEO CVEKLA,LIMUN,JABUKA 1/1	2,912	0.73	2	0.38	1	0.03	0	0.00	0	0.41	1.19	0.02	0.07	0.09	0.27	0.11	0.33	0.60	0.54	25.51
18	MP NEO KAJSIJA I CELER 1/1	4,735	0.66	3	0.38	2	0.03	0	0.00	0	0.41	1.96	0.02	0.11	0.09	0.43	0.11	0.54	0.62	0.55	17.82
19	MP NEO PARAD.,CELER,ŠARGA. 1/1	2,548	0.61	2	0.35	1	0.03	0	0.00	0	0.38	0.96	0.02	0.06	0.09	0.23	0.11	0.29	0.29	0.26	17.03
20	MP NEO ŠLJIVA I KUPINA 1/1	10,496	0.54	6	0.30	3	0.02	0	0.00	0	0.32	3.37	0.02	0.24	0.09	0.95	0.11	1.19	1.09	0.98	17.34
21	MP NEO VIN. BRESKVA 1/1	1,020	0.53	1	0.24	0	0.02	0	0.00	0	0.27	0.27	0.02	0.02	0.05	0.05	0.07	0.07	0.20	0.18	32.56
22	MP NEO ŠUMSKA JAGODA 1/1	756	0.65	0	0.32	0	0.03	0	0.00	0	0.35	0.26	0.02	0.02	0.05	0.04	0.07	0.06	0.17	0.15	31.46
23	MP EGO CRNO GROJ-KUP-RIBIZLA	2,945	0.62	2	0.33	1	0.04	0	0.00	0	0.37	1.09	0.02	0.07	0.08	0.25	0.11	0.32	0.43	0.39	21.01
24	MP EGO JABUKA 100%	10,279	0.57	6	0.33	3	0.04	0	0.00	0	0.37	3.84	0.02	0.24	0.08	0.84	0.11	1.08	0.98	0.88	14.90
25	MP EGO JABUKA-LIMUN 1/1	3,634	0.46	2	0.34	1	0.03	0	0.00	0	0.37	1.36	0.02	0.08	0.09	0.32	0.11	0.40	-0.09	-0.08	-4.79
26	MP EGO KOKTEL 1/1	88,543	0.44	39	0.28	25	0.03	3	0.00	0	0.31	27.57	0.02	2.07	0.08	7.12	0.10	9.19	1.81	1.63	4.23
27	MP EGO POM-BEL.GROJ-LIM-GREJP	1,033	0.59	1	0.40	0	0.04	0	0.00	0	0.44	0.45	0.02	0.02	0.09	0.10	0.12	0.12	0.04	0.04	5.91
28	MP EGO VIŠNJA 1/1	25,169	0.55	14	0.33	8	0.04	1	0.00	0	0.37	9.23	0.02	0.59	0.08	2.01	0.10	2.60	2.12	1.90	13.66

ЛабОИ

Опис проблема

Критеријум одлучивања:

Профитна стопа (*PS*) на нивоу компаније:

$$PS = \frac{UP - VT - FT}{UP}$$

где су:

- *UP* – укупан годишњи приход компаније,
- *VT* – укупни варијабилни трошкови компаније и
- *FT* – укупни фиксни трошкови компаније

Опис проблема

$$PS = \frac{UP - VT - FT}{UP}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1			OBIM				UKUPAN	VARIJABILNI TROSKOVI								FIKSNI TROSKOVI								
2			PRODAJE				PRIHOD			Neproizv.													Neto	
3	PROIZVODI					PC		Proizvodni		Rabat		Transp		Ukupno		Proizvodni		Neproizv.		Ukupno		PROFIT	profit	NPS
4		x		D	G	EUR	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	000 Eur	000 Eur	%
5	MP SLIM BOROVNICA 1/1		222,574	200,317	244,831	0.50	111	0.31	69	0.022	5	0.00	0	0.33	74.05	0.02	5.23	0.08	16.79	0.10	22.01	14.65	13.19	11.91
6	MP SLIM BRESKVA NEKTAR 1/1		147,253	13,528	16,978	0.45	66	0.29	43	0.020	3	0.00	0	0.31	46.21	0.02	3.46	0.08	11.19	0.10	14.64	4.92	4.42	6.73
7	MP SLIM JABUKA NEKTAR 1/1		178,967	16,070	19,863	0.41	73	0.26	47	0.018	3	0.00	0	0.28	50.18	0.02	4.20	0.08	13.58	0.10	17.78	5.36	4.82	6.58
8	MP SLIM JAGODA NEKTAR 1/1		102,257	9,031	12,482	0.47	48	0.31	32	0.021	2	0.00	0	0.33	33.69	0.02	2.40	0.08	7.77	0.10	10.17	4.26	3.83	7.96
9	MP SLIM KAJSIJA 1/1		72,994	6,695	10,294	0.46	34	0.28	20	0.021	2	0.00	0	0.30	21.86	0.02	1.71	0.08	5.63	0.10	7.34	4.65	4.19	12.37
10	MP SLIM MALINA NEKTAR 1/1		8,175	7,357	8,992	0.53	4	0.33	3	0.024	0	0.00	0	0.35	2.90	0.02	0.19	0.08	0.64	0.10	0.83	0.57	0.52	11.98
11	MP SLIM VIVITA 1/1		201,393	181,254	221,533	0.47	95	0.27	54	0.021	4	0.00	0	0.29	57.88	0.02	4.72	0.08	15.41	0.10	20.13	16.76	15.09	15.92
12	MP PURE BRESKVA 1/1		4,618	4,156	5,080	0.62	3	0.46	2	0.03	0	0.00	0	0.49	2.27	0.02	0.11	0.09	0.41	0.11	0.51	0.07	0.06	2.18
13	MP PURE JAGODA 1/1		168	151	185	0.75	0	0.25	0	0.04	0	0.00	0	0.29	0.05	0.02	0.00	0.05	0.01	0.07	0.01	0.06	0.06	46.61
14	MP PURE KAJSIJA 1/1		1,000	900	1,100	0.67	1	0.42	0	0.04	0	0.00	0	0.46	0.46	0.02	0.02	0.10	0.10	0.12	0.12	0.09	0.08	12.57
15	MP PURE PARADAJZ 1/1		12,821	11,539	14,103	0.63	8	0.31	4	0.03	0	0.00	0	0.35	4.42	0.02	0.30	0.09	1.10	0.11	1.40	2.22	2.00	24.83
16	MP PURE POMORANDJA 1/1		8,842	7,958	9,726	0.63	6	0.40	4	0.03	0	0.00	0	0.43	3.82	0.02	0.20	0.09	0.76	0.11	0.96	0.82	0.73	13.13
17	MP NEO CVEKLA,LIMUN,JABUKA 1/1		2,912	2,621	3,204	0.73	2	0.38	1	0.03	0	0.00	0	0.41	1.19	0.02	0.07	0.09	0.27	0.11	0.33	0.60	0.54	25.51
18	MP NEO KAJSIJA I CELER 1/1		4,735	4,262	5,209	0.66	3	0.38	2	0.03	0	0.00	0	0.41	1.96	0.02	0.11	0.09	0.43	0.11	0.54	0.62	0.55	17.82
19	MP NEO PARAD.,CELER,ŠARGA. 1/1		2,548	2,293	2,802	0.61	2	0.35	1	0.03	0	0.00	0	0.38	0.96	0.02	0.06	0.09	0.23	0.11	0.29	0.29	0.26	17.03
20	MP NEO ŠLJIVA I KUPINA 1/1		10,496	9,446	11,546	0.54	6	0.30	3	0.02	0	0.00	0	0.32	3.37	0.02	0.24	0.09	0.95	0.11	1.19	1.09	0.98	17.34
21	MP NEO VIN. BRESKVA 1/1		1,020	918	1,122	0.53	1	0.24	0	0.02	0	0.00	0	0.27	0.27	0.02	0.02	0.05	0.05	0.07	0.07	0.20	0.18	32.56
22	MP NEO ŠUMSKA JAGODA 1/1		756	680	832	0.65	0	0.32	0	0.03	0	0.00	0	0.35	0.26	0.02	0.02	0.05	0.04	0.07	0.06	0.17	0.15	31.46
23	MP EGO CRNO GROJ-KUP-RIBIZLA		2,945	2,651	3,240	0.62	2	0.33	1	0.04	0	0.00	0	0.37	1.09	0.02	0.07	0.08	0.25	0.11	0.32	0.43	0.39	21.01
24	MP EGO JABUKA 100%		10,279	9,251	11,307	0.57	6	0.33	3	0.04	0	0.00	0	0.37	3.84	0.02	0.24	0.08	0.84	0.11	1.08	0.98	0.88	14.90
25	MP EGO JABUKA-LIMUN 1/1		3,634	3,271	3,998	0.46	2	0.34	1	0.03	0	0.00	0	0.37	1.36	0.02	0.08	0.09	0.32	0.11	0.40	-0.09	-0.08	-4.79
26	MP EGO KOKTEL 1/1		88,543	79,688	97,397	0.44	39	0.28	25	0.03	3	0.00	0	0.31	27.57	0.02	2.07	0.08	7.12	0.10	9.19	1.81	1.63	4.23
27	MP EGO POM-BEL.GROJ-LIM-GREJP		1,033	930	1,137	0.59	1	0.40	0	0.04	0	0.00	0	0.44	0.45	0.02	0.02	0.09	0.10	0.12	0.12	0.04	0.04	5.91
28	MP EGO VIŠNJA 1/1		25,169	22,652	27,686	0.55	14	0.33	8	0.04	1	0.00	0	0.37	9.23	0.02	0.59	0.08	2.01	0.10	2.60	2.12	1.90	13.66

- Математички модел

(max) Профитна стопа

п.о.

1) Укупан приход мањи или једнак постојећем

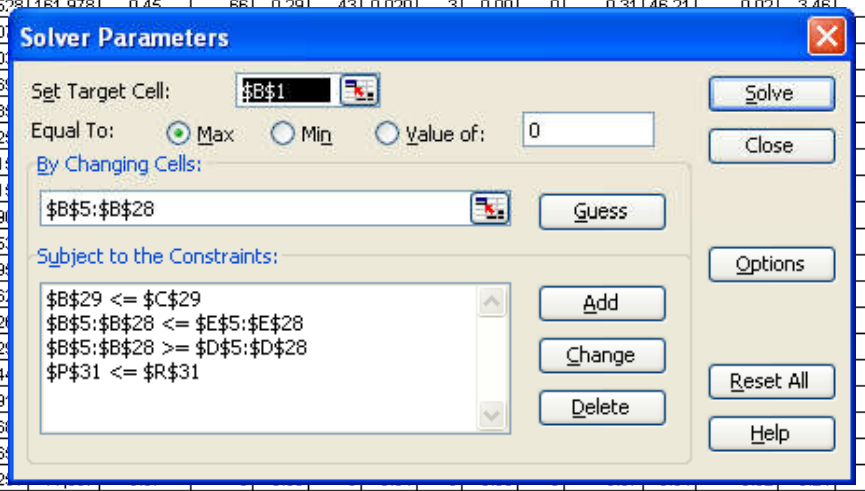
2) Горње границе количина производа (+10%)

3) Доње границе количина производа (-10%)

ЛабОИ

Опис проблема

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1			OBIM				UKUPAN	VARIJABILNI TROSKOVI								FIKSNI TROSKOVI							Neto	
2			PRODAJE				PRIHOD			Neproizv.													profit	
3	PROIZVODI					PC		Proizvodni		Rabat		Transp		Ukupno		Proizvodni		Neproizv.		Ukupno		PROFIT		NPS
4		X		D	G	EUR	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	000 Eur	000 Eur	%
5	MP SLIM BOROVNICA 1/1		222,574	200,317	244,831	0.50	111	0.31	69	0.022	5	0.00	0	0.33	74.05	0.02	5.23	0.08	16.79	0.10	22.01	14.65	13.19	11.91
6	MP SLIM BRESKVA NEKTAR 1/1		147,253	132,5	161,97	0.45	66	0.29	43	0.020	3	0.00	0	0.31	46.21	0.02	3.46	0.08	11.19	0.10	14.64	4.92	4.42	6.73
7	MP SLIM JABUKA NEKTAR 1/1		178,967	161,0														0.08	13.58	0.10	17.78	5.36	4.82	6.58
8	MP SLIM JAGODA NEKTAR 1/1		102,257	92,0														0.08	7.77	0.10	10.17	4.26	3.83	7.96
9	MP SLIM KAJSIJA 1/1		72,994	65,6														0.08	5.63	0.10	7.34	4.65	4.19	12.37
10	MP SLIM MALINA NEKTAR 1/1		8,175	7,3														0.08	0.64	0.10	0.83	0.57	0.52	11.98
11	MP SLIM VIVITA 1/1		201,393	181,2														0.08	15.41	0.10	20.13	16.76	15.09	15.92
12	MP PURE BRESKVA 1/1		4,618	4,1														0.09	0.41	0.11	0.51	0.07	0.06	2.18
13	MP PURE JAGODA 1/1		168	1														0.05	0.01	0.07	0.01	0.06	0.06	46.61
14	MP PURE KAJSIJA 1/1		1,000	9														0.10	0.10	0.12	0.12	0.09	0.08	12.57
15	MP PURE PARADAJZ 1/1		12,821	11,5														0.09	1.10	0.11	1.40	2.22	2.00	24.83
16	MP PURE POMORANDJA 1/1		8,842	7,9														0.09	0.76	0.11	0.96	0.82	0.73	13.13
17	MP NEO CVEKLA,LIMUN,JABUKA 1/1		2,912	2,6														0.09	0.27	0.11	0.33	0.60	0.54	25.51
18	MP NEO KAJSIJA I CELER 1/1		4,735	4,2														0.09	0.43	0.11	0.54	0.62	0.55	17.82
19	MP NEO PARAD.,CELER,ŠARGA. 1/1		2,548	2,2														0.09	0.23	0.11	0.29	0.29	0.26	17.03
20	MP NEO ŠLJIVA I KUPINA 1/1		10,496	9,4														0.09	0.95	0.11	1.19	1.09	0.98	17.34
21	MP NEO VIN. BRESKVA 1/1		1,020	9														0.05	0.05	0.07	0.07	0.20	0.18	32.56
22	MP NEO ŠUMSKA JAGODA 1/1		756	6														0.05	0.04	0.07	0.06	0.17	0.15	31.46
23	MP EGO CRNO GROJ-KUP-RIBIZLA		2,945	2,6														0.08	0.25	0.11	0.32	0.43	0.39	21.01
24	MP EGO JABUKA 100%		10,279	9,2														0.08	0.84	0.11	1.08	0.98	0.88	14.90
25	MP EGO JABUKA-LIMUN 1/1		3,634	3,271	3,998	0.46	2	0.34	1	0.03	0	0.00	0	0.37	1.36	0.02	0.08	0.09	0.32	0.11	0.40	-0.09	-0.08	-4.79
26	MP EGO KOKTEL 1/1		88,543	79,688	97,397	0.44	39	0.28	25	0.03	3	0.00	0	0.31	27.57	0.02	2.07	0.08	7.12	0.10	9.19	1.81	1.63	4.23
27	MP EGO POM-BEL.GROJ-LIM-GREJP		1,033	930	1,137	0.59	1	0.40	0	0.04	0	0.00	0	0.44	0.45	0.02	0.02	0.09	0.10	0.12	0.12	0.04	0.04	5.91
28	MP EGO VIŠNJA 1/1		25,169	22,652	27,686	0.55	14	0.33	8	0.04	1	0.00	0	0.37	9.23	0.02	0.59	0.08	2.01	0.10	2.60	2.12	1.90	13.66



ЛабОИ

Опис проблема

1	[redacted]	11.14155	OBIM				UKUPAN	VARIJABILNI TROSKOVI								FIKSNI TROSKOVI							Neto	
2			PRODAJE				PRIHOD			Neproizv.													profit	
3	PROIZVODI					PC		Proizvodni		Rabat		Transp		Ukupno		Proizvodni		Neproizv.		Ukupno		PROFIT		NPS
4		X		D	G	EUR	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	Eur/jm	000 Eur	000 Eur	000 Eur	%
5	MP SLIM BOROVNICA 1/1	238,579	222,574	200,317	244,831	0.50	111	0.31	69	0.022	5	0.00	0	0.33	74.05	0.02	5.23	0.08	16.79	0.10	22.01	14.65	13.19	11.91
6	MP SLIM BRESKVA NEKTAR 1/1	132,528	147,253	132,528	161,978	0.45	66	0.29	43	0.020	3	0.00	0	0.31	46.21	0.02	3.46	0.08	11.19	0.10	14.64	4.92	4.42	6.73
7	MP SLIM JABUKA NEKTAR 1/1	161,070	178,967	161,070	196,863	0.41	73	0.26	47	0.018	3	0.00	0	0.28	50.18	0.02	4.20	0.08	13.58	0.10	17.78	5.36	4.82	6.58
8	MP SLIM JAGODA NEKTAR 1/1	92,031	102,257	92,031	112,482	0.47	48	0.31	32	0.021	2	0.00	0	0.33	33.69	0.02	2.40	0.08	7.77	0.10	10.17	4.26	3.83	7.96
9	MP SLIM KAJSIJA 1/1	80,294	72,994	65,695	80,294	0.46	34	0.28	20	0.021	2	0.00	0	0.30	21.86	0.02	1.71	0.08	5.63	0.10	7.34	4.65	4.19	12.37
10	MP SLIM MALINA NEKTAR 1/1	8,992	8,175	7,357	8,992	0.53	4	0.33	3	0.024	0	0.00	0	0.35	2.90	0.02	0.19	0.08	0.64	0.10	0.83	0.57	0.52	11.98
11	MP SLIM VIVITA 1/1	221,533	201,393	181,254	221,533	0.47	95	0.27	54	0.021	4	0.00	0	0.29	57.88	0.02	4.72	0.08	15.41	0.10	20.13	16.76	15.09	15.92
12	MP PURE BRESKVA 1/1	4,156	4,618	4,156	5,080	0.62	3	0.46	2	0.03	0	0.00	0	0.49	2.27	0.02	0.11	0.09	0.41	0.11	0.51	0.07	0.06	2.18
13	MP PURE JAGODA 1/1	185	168	151	185	0.75	0	0.25	0	0.04	0	0.00	0	0.29	0.05	0.02	0.00	0.05	0.01	0.07	0.01	0.06	0.06	46.61
14	MP PURE KAJSIJA 1/1	1,100	1,000	900	1,100	0.67	1	0.42	0	0.04	0	0.00	0	0.46	0.46	0.02	0.02	0.10	0.10	0.12	0.12	0.09	0.08	12.57
15	MP PURE PARADAJZ 1/1	14,103	12,821	11,539	14,103	0.63	8	0.31	4	0.03	0	0.00	0	0.35	4.42	0.02	0.30	0.09	1.10	0.11	1.40	2.22	2.00	24.83
16	MP PURE POMORANDJA 1/1	9,726	8,842	7,958	9,726	0.63	6	0.40	4	0.03	0	0.00	0	0.43	3.82	0.02	0.20	0.09	0.76	0.11	0.96	0.82	0.73	13.13
17	MP NEO CVEKLA,LIMUN,JABUKA 1/1	3,204	2,912	2,621	3,204	0.73	2	0.38	1	0.03	0	0.00	0	0.41	1.19	0.02	0.07	0.09	0.27	0.11	0.33	0.60	0.54	25.51
18	MP NEO KAJSIJA I CELER 1/1	5,209	4,735	4,262	5,209	0.66	3	0.38	2	0.03	0	0.00	0	0.41	1.96	0.02	0.11	0.09	0.43	0.11	0.54	0.62	0.55	17.82
19	MP NEO PARAD.,CELER,ŠARGA. 1/1	2,802	2,548	2,293	2,802	0.61	2	0.35	1	0.03	0	0.00	0	0.38	0.96	0.02	0.06	0.09	0.23	0.11	0.29	0.29	0.26	17.03
20	MP NEO ŠLJIVA I KUPINA 1/1	11,546	10,496	9,447	11,546	0.54	6	0.30	3	0.02	0	0.00	0	0.32	3.37	0.02	0.24	0.09	0.95	0.11	1.19	1.09	0.98	17.34
21	MP NEO VIN. BRESKVA 1/1	1,122	1,020	918	1,122	0.53	1	0.24	0	0.02	0	0.00	0	0.27	0.27	0.02	0.02	0.05	0.05	0.07	0.07	0.20	0.18	32.56
22	MP NEO ŠUMSKA JAGODA 1/1	832	756	680	832	0.65	0	0.32	0	0.03	0	0.00	0	0.35	0.26	0.02	0.02	0.05	0.04	0.07	0.06	0.17	0.15	31.46
23	MP EGO CRNO GROJ-KUP-RIBIZLA	3,240	2,945	2,651	3,240	0.62	2	0.33	1	0.04	0	0.00	0	0.37	1.09	0.02	0.07	0.08	0.25	0.11	0.32	0.43	0.39	21.01
24	MP EGO JABUKA 100%	11,307	10,279	9,251	11,307	0.57	6	0.33	3	0.04	0	0.00	0	0.37	3.84	0.02	0.24	0.08	0.84	0.11	1.08	0.98	0.88	14.90
25	MP EGO JABUKA-LIMUN 1/1	3,271	3,634	3,271	3,998	0.46	2	0.34	1	0.03	0	0.00	0	0.37	1.36	0.02	0.08	0.09	0.32	0.11	0.40	-0.09	-0.08	-4.79
26	MP EGO KOKTEL 1/1	79,688	88,543	79,688	97,397	0.44	39	0.28	25	0.03	3	0.00	0	0.31	27.57	0.02	2.07	0.08	7.12	0.10	9.19	1.81	1.63	4.23
27	MP EGO POM-BEL.GROJ-LIM-GREJP	930	1,033	930	1,137	0.59	1	0.40	0	0.04	0	0.00	0	0.44	0.45	0.02	0.02	0.09	0.10	0.12	0.12	0.04	0.04	5.91
28	MP EGO VIŠNJA 1/1	27,686	25,169	22,652	27,686	0.55	14	0.33	8	0.04	1	0.00	0	0.37	9.23	0.02	0.59	0.08	2.01	0.10	2.60	2.12	1.90	13.66

Профитна стопа повећана са 10,76 на 11,14

ЛабОИ

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима

Критеријум одлучивања

Профитна стопа (*PS*) на нивоу компаније изражена формулом:

$$PS = \frac{UP - VT - FT}{UP}$$

где су:

- *UP* – укупан годишњи приход компаније,
- *VT* – укупни варијабилни трошкови компаније и
- *FT* – укупни фиксни трошкови компаније

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима

Укупан приход

$$PS = \frac{UP - VT - FT}{UP}$$

- n – број производа,
- p – број тржишта,
- x_{jk} – количина j–тог производа намењеног k-том тржишту, j=1,...,n, k=1,...,p,

$$UP = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} pc_{jk}(1 - vtr_{jk})x_{jk}$$

- pc_{jk} - продајна цена j-тог производа, намењеног k-том тржишту, $j=1, \ldots ,n, k=1, \ldots ,p,$
- vtr_{jk} - удео (проценат) рабата у цени j-тог производа, намењеног k-том тржишту, $j=1, \ldots ,n, k=1, \ldots ,p.$

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима

Укупни варијабилни трошкови

$$PS = \frac{UP - VT - FT}{UP}$$

$$VT = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{p} (vtp_j + vts_{jk} + pc_{jk} vtt_{jk}) x_{jk}$$

- vtp_j - варијабилни производни трошкови j-тог производа, j=1, ... ,n,
- vts_{jk} - трошкови сировина j-тог производа, намењеног k-том тржишту, $j=1, \ldots ,n, k=1, \ldots ,p$ (реекспорт),
- vtt_{jk} - трошкови транспорта j-тог производа, намењеног k-том тржишту, $j=1, \ldots ,n, k=1, \ldots ,p$ (удео у цени).

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима

Фиксни трошкови

$$PS = \frac{UP - VT - FT}{UP}$$

- Познати на нивоу Компаније.
- Врсте фиксних трошкова:
  - Трошкови производње:
    - Фруто и Беофруто
  - Трошкови маркетинга и PR
    - Моћ природе, Ритам, Томатино, Бионачин,...
  - Трошкови продаје
    - Домаће тржиште, извоз
  - Остали фиксни трошкови
- Расподела на јединицу производа.

ЛабОИ

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима

Фиксни трошкови

	Маса производа	Продајна цена производа	Варијабилни трошкови производње	Количина
ФТ производње	+		+	+
ФТ маркетинга и PR		+		+
ФТ продаје		+		+
Остали ФТ	+	+	+	

ЛабОИ

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима

$$PS = \frac{UP - VT - FT}{UP}$$

- bp – број подела (врста) фиксних трошкова,
- bg_i – број група производа у i-тој подели, i=1, ... ,bp
- m = 1, ... , bg_i, индекс групе производа у i-тој подели,
- $J_m^i = \{(j,k) \mid j \in \{1,...,n\}, k \in \{1,...,p\}\}$ - скуп производа на које се распоређују фиксни трошкови FT_m^i,
- FT_m^i - износ фиксних трошкова које деле производи из m-те групе i-те поделе,

$$FT = \sum_{i=1}^{bp} \sum_{m=1}^{bg_i} \sum_{j \in J_m^i} FT_m^i \cdot \frac{w_j^i}{\sum_{s \in J_m^i} w_s^i \cdot x_s} \cdot x_j$$

- w_{jk}^i - пондер (износ кључа) j-тог производа намењеног k-том тржишту, j = 1, ... ,n, k = 1, ... ,p, за i-ту врсту фиксних трошкова.

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима

- Математички модел

  (max) Профитна стопа

  п.о.

  1) Доње и горње границе масе група производа

  2) Доње и горње границе количина производа

  3) Учешће укупних трошкова зарада у бруто профиту

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима

$$(\max)PS(x) = \frac{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p}[pc_{jk}\cdot(1-vtr_{jk}-vtt_{jk})-(vtp_j+vts_{jk})]x_{jk} - \sum_{i=1}^{bp}\sum_{m=1}^{bg_i}\sum_{(j,k)\in J_m^i}\frac{FT_m^i\cdot w_{jk}^i}{\sum_{(s,o)\in J_m^i} w_{so}^i\cdot x_{so}}x_{jk}}{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p} pc_{jk}(1-vtr_{jk})x_{jk}} \quad (1)$$

p.o.

$$\sum_{(j,k)\in G_q} mp_j\cdot x_{jk} \geq Gd_q,\ q=1,\dots,g \quad (2)$$

$$\sum_{(j,k)\in G_q} mp_j\cdot x_{jk} \leq Gg_q,\ q=1,\dots,g \quad (3)$$

$$x_{jk} \geq gd_{jk},\ j=1,\dots,n,\ k=1,\dots,p \quad (4)$$

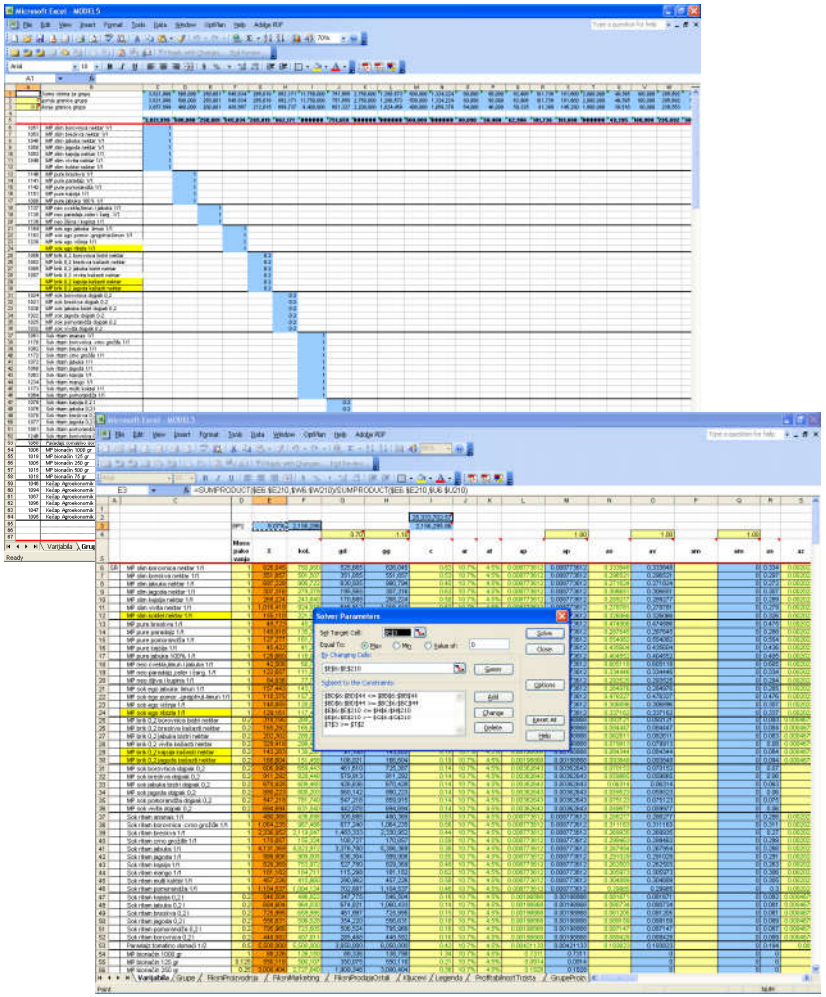
$$x_{jk} \leq gg_{jk},\ j=1,\dots,n,\ k=1,\dots,p \quad (5)$$

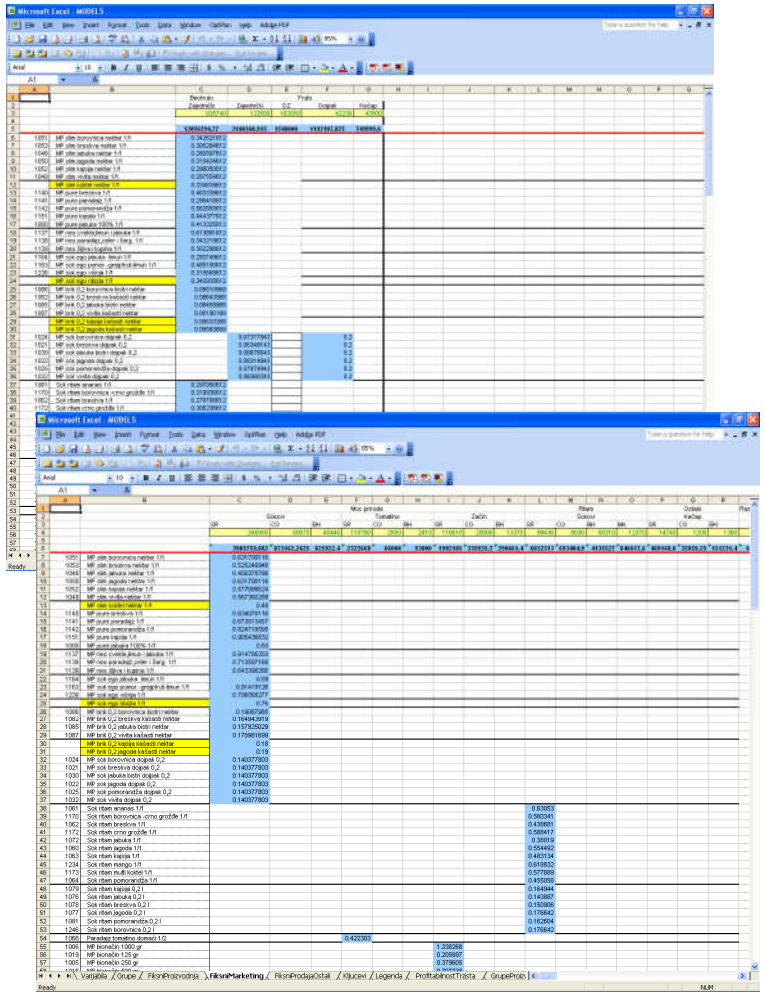
$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{p}[Z\,pc_{jk}(1-vtr_{jk})-vto_j]x_{jk} \geq FZ \quad (6)$$

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима

- **Резултати оптимизације**
  - *Microsoft Excel*,
  - *Large-Scale GRG Solver*, *Frontline Systems*,
  - Нелинеарни ММ са 191 променљивом і 461 ограничењем:
    - 78 ограничења типа (2) и (3),
    - 382 ограничења типа (4) и (5),
    - 1 ограничење типа (6).
- Експериментисање са кључевима за расподелу фиксних трошкова на јединицу производа

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима





ЛабОИ

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима

- Солвери: *MINOS, DONLP2, Microsoft Office Access*, *AMPL*

AMPL модел

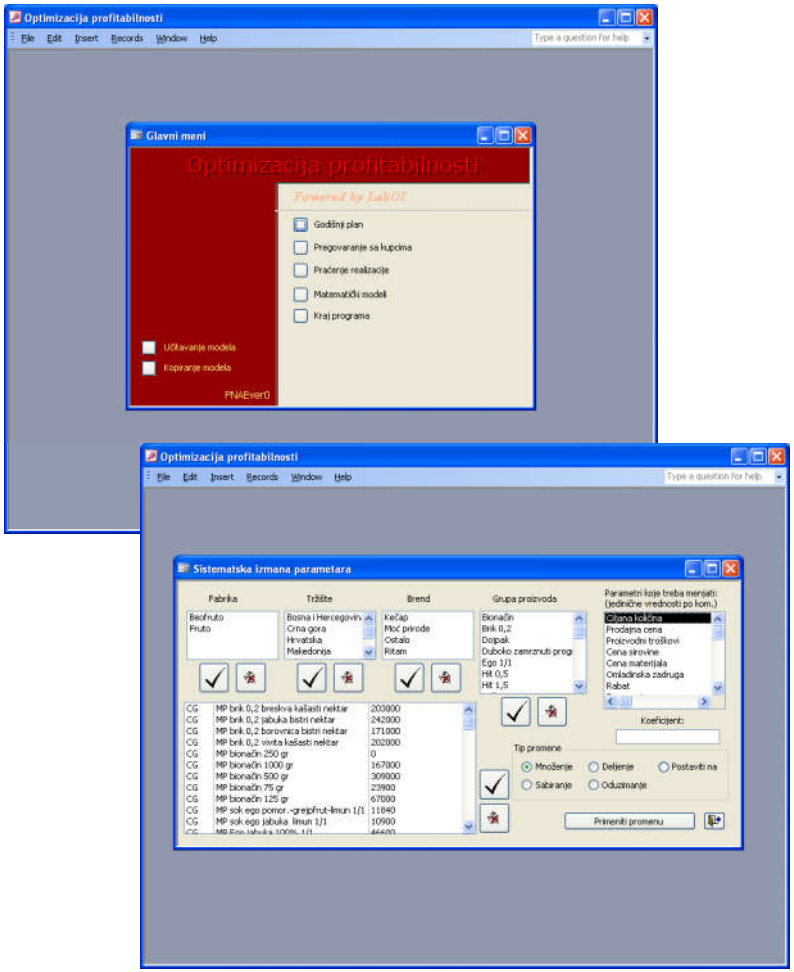
```
### SETS ###

set Trziste;
set Proizvod;
set Roba within {Trziste, Proizvod};
set Zamrznuti within {Proizvod};
set Fiksni;
set Kljuc within {Roba, Fiksni};
set Grupe;
```

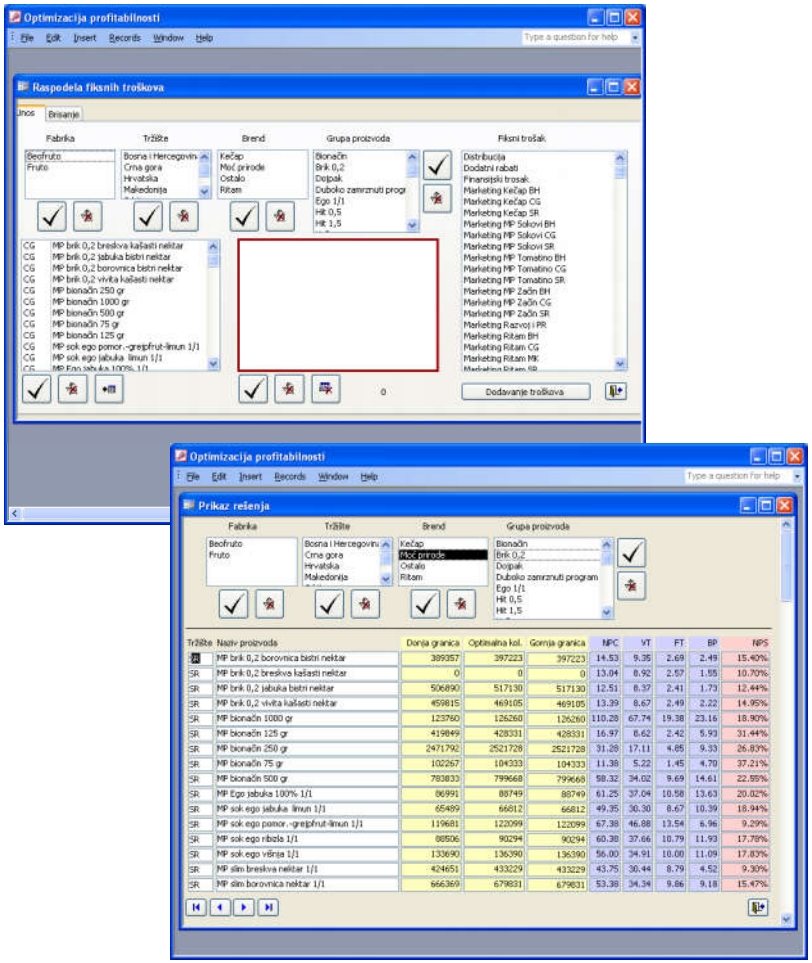
```
### PARAMETERS ###

param MasaPakovanja{Proizvod};
param Grupa{Proizvod} symbolic;
param CiljanaKolicina{Roba};
param Cena{Roba};
param Rabat{Roba};
param Transport{Roba};
param Proizvodni{Roba};
param Sirovina{Roba};
param Materijal{Roba};
param Omladinska{Roba};
param Optimizovati{Roba};
param FiksniTrosak{Fiksni};
param TipKljuca{Fiksni} symbolic;
param w{(k,j,i) in Kljuc} :=  if TipKljuca[i]='vtp' then Proizvodni[k,j]+Sirovina[k,j]+Materijal[k,j] else if
TipKljuca[i]='npc' then Cena[k,j] else if TipKljuca[i]='masa' then MasaPakovanja[j] else 1;
param DG;  # deo ciljne kolicine koji predstavlja donju granicu
param GG;  # -||- gornju
param DGG;  # deo ciljne mase koji predstavlja donju granicu za grupu
param GGG;  # -||- gornju
param Z;  # max ucesce zarada u neto prihodu kompanije
param FZ;  # fiksni troskovi zarada
```

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима

```
### VARIABLES ###
var X{Roba} >= 0;

### OBJECTIVES ###
maximize Profit:
   (sum{(k,j) in Roba} (Cena[k,j]*(1-Rabat[k,j]-Transport[k,j])-Proizvodni[k,j]-Sirovina[k,j]-Materijal[k,j]- sum{(k,j,i) in Kljuc}(FiksniTrosak[i]*w[k,j,i]/
   sum{(m,n,i) in Kljuc}w[m,n,i]*CiljanaKolicina[m,n]))*X[k,j]);
maximize ProfitnaStopa:
   (sum{(k,j) in Roba} (Cena[k,j]*(1-Rabat[k,j]-Transport[k,j])-Proizvodni[k,j]-Sirovina[k,j]-Materijal[k,j]- sum{(k,j,i) in Kljuc}(FiksniTrosak[i]*w[k,j,i]/
   sum{(m,n,i) in Kljuc}w[m,n,i]*X[m,n]))*X[k,j]) /(sum{(k,j) in Roba}Cena[k,j]*(1-Rabat[k,j])*X[k,j]);

### CONSTRAINTS ###
subject to
   Kolicine{(k,j) in Roba: (j not in Zamrznuti) and (Optimizovati[k,j] = 1)}:
  DG*CiljanaKolicina[k,j] <= X[k,j] <= GG*CiljanaKolicina[k,j];

   Masa{i in Grupe, k in Trziste}:
   DGG*sum{(k,j) in Roba: Grupa[j]=i} MasaPakovanja[j]*CiljanaKolicina[k,j]<= sum{(k,j) in Roba: Grupa[j]=i} MasaPakovanja[j]*X[k,j] <=
   GGG*sum{(k,j) in Roba: Grupa[j]=i} MasaPakovanja[j]*CiljanaKolicina[k,j];
   DubokoZamrznuti{j in Zamrznuti}:
   X['SR',j] = CiljanaKolicina['SR',j];

   NeOptimizovati{(k,j) in Roba: Optimizovati[k,j] = 0}:
   X[k,j] = CiljanaKolicina[k,j];
   Zarada: sum{(k,j) in Roba}(Z*Cena[k,j]*(1-Rabat[k,j])-Omladinska[k,j])*X[k,j] >= FZ;
```

Проблем оптимизације асортимана по тржиштима





ЛабОИ

Проблем оптимизације асортимана по купцима

- Димензије модела:
  - Очекивани асортиман: око 200 производа
  - Очекивани број купаца: око 200
  - Број променњивих: до 40000

- Линеаризација

Математички модел

(max) Профит

п.о.

1) Профитна стопа већа или једнака постојећој

2) Учешће укупних трошкова зарада у бруто профиту

3) Доње и горње границе количина производа

4) Приход по тржиштима

5) Приход на нивоу компаније

Проблем оптимизације асортимана по купцима

линеаризација

$$(\max)\, P(x) = \sum_{p\in P}\sum_{k\in K}\left[pc_{pk}\,(1-tr_k-tt_k)-(tp_{pk}+ts_{pk}+tm_{pk})-\sum_{f\in FT}\frac{tf_f\cdot w_{pkf}}{\sum\limits_{(q,l)\in J(f)} w_{qlf}\cdot c_{ql}}-\frac{ttm_k\cdot pc_{pk}}{\sum\limits_{q\in P} pc_{qk}\cdot c_{qk}}\right]x_{pk}$$

p.o.

$$P(x)-PS\cdot\sum_{p\in P}\sum_{k\in K}\left[pc_{pk}\,(1-tr_k)\right]x_{pk}\geq 0$$

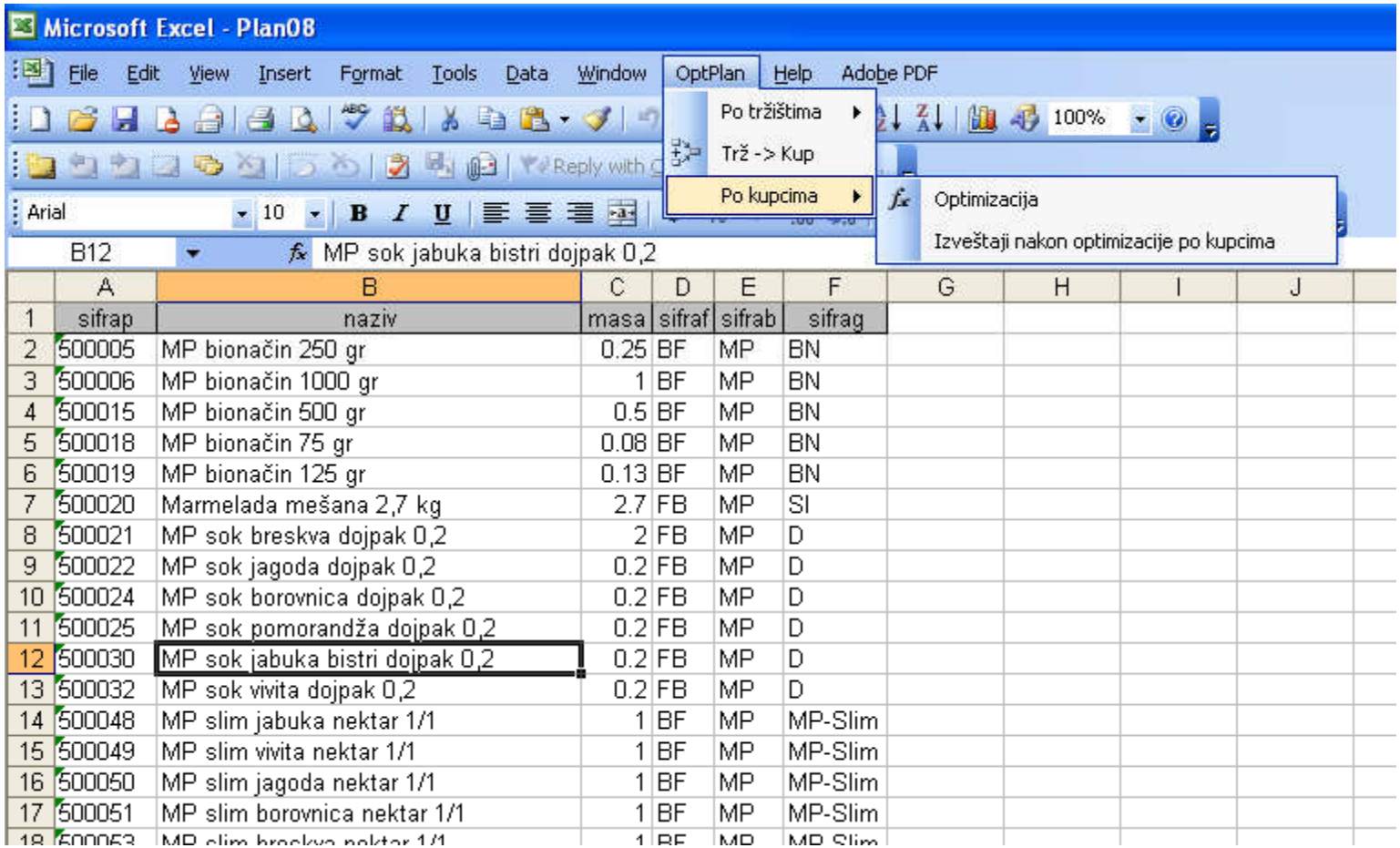
$$\sum_{p\in P}\sum_{k\in K}\left[Z\cdot pc_{pk}\,(1-tr_k)-to_{pk}\right]x_{pk}\geq FZ$$

$$c_{pk}\cdot dg_{pk}\leq x_{pk}\leq c_{pk}\cdot gg_{pk} \qquad p\in P,\ k\in K$$

$$\sum_{p\in P} pc_{pk}\,(1-tr_k)\,x_{pk}\geq pp_k\cdot pr_k \qquad k\in K$$

$$\sum_{p\in P(g)} pc_{pk}\,(1-tr_k)\,x_{pk}\geq pp_k\cdot pr_k \qquad k\in K$$

Проблем оптимизације асортимана по купцима



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	sifrap	naziv	masa	sifraf	sifrab	sifrag				
2	500005	MP bionačin 250 gr	0.25	BF	MP	BN				
3	500006	MP bionačin 1000 gr	1	BF	MP	BN				
4	500015	MP bionačin 500 gr	0.5	BF	MP	BN				
5	500018	MP bionačin 75 gr	0.08	BF	MP	BN				
6	500019	MP bionačin 125 gr	0.13	BF	MP	BN				
7	500020	Marmelada mešana 2,7 kg	2.7	FB	MP	SI				
8	500021	MP sok breskva dojpak 0,2	2	FB	MP	D				
9	500022	MP sok jagoda dojpak 0,2	0.2	FB	MP	D				
10	500024	MP sok borovnica dojpak 0,2	0.2	FB	MP	D				
11	500025	MP sok pomorandža dojpak 0,2	0.2	FB	MP	D				
12	500030	MP sok jabuka bistri dojpak 0,2	0.2	FB	MP	D				
13	500032	MP sok vivita dojpak 0,2	0.2	FB	MP	D				
14	500048	MP slim jabuka nektar 1/1	1	BF	MP	MP-Slim				
15	500049	MP slim vivita nektar 1/1	1	BF	MP	MP-Slim				
16	500050	MP slim jagoda nektar 1/1	1	BF	MP	MP-Slim				
17	500051	MP slim borovnica nektar 1/1	1	BF	MP	MP-Slim				
18	500053	MP slim breskva nektar 1/1	1	BF	MP	MP-Slim				

Проблем оптимизације асортимана по купцима

- Проблем оптимизације асортимана по тржиштима
  - Софтвер за оптимизацију асортимана по тржиштима се користио три године за:
    - одређивање оптималног годишњег плана продаје,
    - оптимизацију по кварталима,
    - оптимизацију асортимана за Србију.

- Проблем оптимизације асортимана за значајне купце
- Проблем преговарања са купцима
- Проблем континуираног праћења реализације плана и оптимизације асортимана у остатку периода

ОПТИМИЗАЦИЈА РУТА У *PHARMASWISS*

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема

- Компанија PharmaSwiss Choose More Life
  - Основна делатност дистрибуција и производња лекова
  - Мрежа сталних купаца на нивоу Србије који се снабдевају једном или више пута у току недеље
  - Мрежа сталних и повремених купаца на нивоу Београда који се снабдевају свакодневно
  - Сопствени возни парк

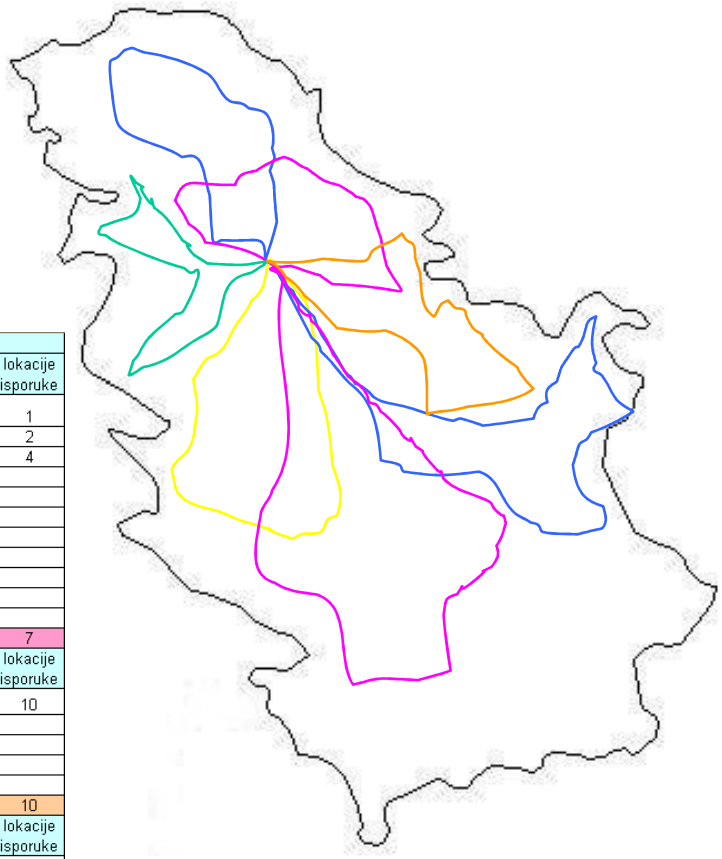
Проблем недељног рутирања

	A	B	C	D	E
4					
5	ponedeljak	utorak	sreda	cetvrtak	petak
6					
7	Leskovac	Arandjelovac	Čačak	Niš	Senta
8	Prokuplje	Kragujevac	G.Milanovac	Pirot	Kikinda
9	Niš	Subotica	Valjevo	Jagodina	Novi Sad
10	Užice	Vrbas	Kraljevo	Paraćin	Loznica
11		Sombor	Novi Pazar	Kruševac	Sabac
12		Novi Sad	Niš	Novi Sad	Sremska Mitrovica
13		S.Kamenica	Vranje	Pancevo	
14			Smederevo	Alibunar	
15			S. Palanka	Vrsac	
16			Požarevac	Zrenjanin	
17				Bor	
18				Zaječar	

Проблем недељног рутирања

Линије позивања

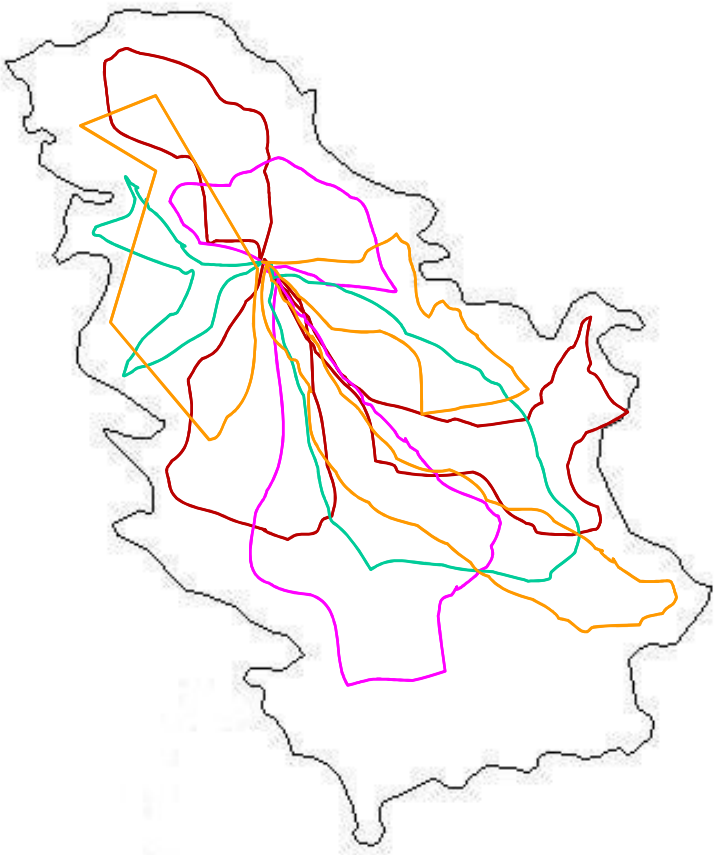
ponedeljak			utorak			sreda			četvrtak			petak		
grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke
Le	5	6	Kg	2	25	Ča	1	1	Ni	1	5	Ns	1	1
Ni	1	5	Ns	1	1	G.Milanovac	2	2	Ns	1	1	Ša	2	2
Už	2	2	s Pazova	2	2	Kv	3	3	Za	6	6	S Mitrovica	4	4
			Obrenovac	2	2	Vr	1	8	Ćuprija	1	1			
			Su	17	17	Bujanovac	1	1	Ja	1	1			
						Ni	1	5	Pr	0	2			
						Po	6	6	Svilajnac	1	1			
									Soko Banja	1	1			
									Pa	2	2			
									Zr	2	2			
									Kš	2	2			
a	8	13		24	47		15	26		18	24		7	7
grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke
Prokuplje	6	6	Sombor	4	4	Va	3	3	Pi	5	5	Lo	10	10
			Vrbas	3	3	Np	4	4	Bor	9	9			
			Arandjelovac	3	3	Velika Plana	1	1						
						Smederevo	3	3						
						S.Palanka	1	1						
a	6	6		10	10		12	12		14	14		10	10
grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke	grad	br. poziva	lokacije isporuke
Negotin	2	2	Arandjelovac	2	2	Ča	6	6	Ni	9	11	Ns	8	8
Ni	9	11	Obrenovac	1	1	Va	3	3	Ns	16	16	S Mitrovica	2	2
Už	6	6	Kg	7	7	G.Milanovac	3	3	Ćuprija	2	2	Ša	3	3
Požega	2	2	Ns	20	20	Kv	6	8	Pa	6	6	Senta	1	1



ЛабОИ

Проблем недељног рутирања

- Моделирање проблема рутирања
  - Генерисање оптималних рута
  - Налажење оптималних из скупа предефинисаних рута
- Методологија:
  - Налажење оптималних рута за целу недељу
  - Раздвајање рута по данима



ЛабОИ

Проблем недељног рутирања

I - скуп градова, $i \in I$,
J - скуп рута, $j \in J$,
K - скуп типова возила, $k \in K$,

x_{jk} - број возила k-тог типа ангажованих на j-тој рути,

c_j - дужина (број км) j-те руте,

tr_k - трошкови вожње по км возилом k-тог типа,

td_k - дневни трошкови вожње (трошкови вожње по рути) возилом k-тог типа,

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ако је } i-\text{ти град на } j-\text{тој рути} \\ 0 & \text{у супротном} \end{cases},$$

b_i - број недељних обилазака i-тог града

t_j - трајање вожње на j-тој рути,

d_i - број места испоруке које треба извршити у i-том граду,

m - просечно задржавање на једном месту испоруке,
D - максимално задржавање на рути,

q_i - запремина свих испорука које треба извршити у i-том граду,

Q_k - капацитет (запремина) k-тог типа возила,

s - проценат максимално деозвољене попуњености возила,

v_k - број возила k-тог типа.

Проблем недељног рутирања

Математички модел

Укупни трошкови транспорта $(\min)\sum_{j\in J}\sum_{k\in k}(c_j \cdot tr_k + td_k)x_{jk}$

п.о.

Недељни број обилазака градова $\sum_{j\in J}\sum_{k\in k} a_{ij}x_{jk} \geq b_i, i \in I$

Дозвољено задржавање на рути $(\sum_{i\in I} a_{ij}d_i m + t_j - D)x_{jk} \leq 0, j \in J, k \in K$

Капацитет возила $\sum_{i\in I} a_{ij}q_i x_{jk} - s \cdot Q_k x_{jk} \leq 0, j \in J, k \in K$

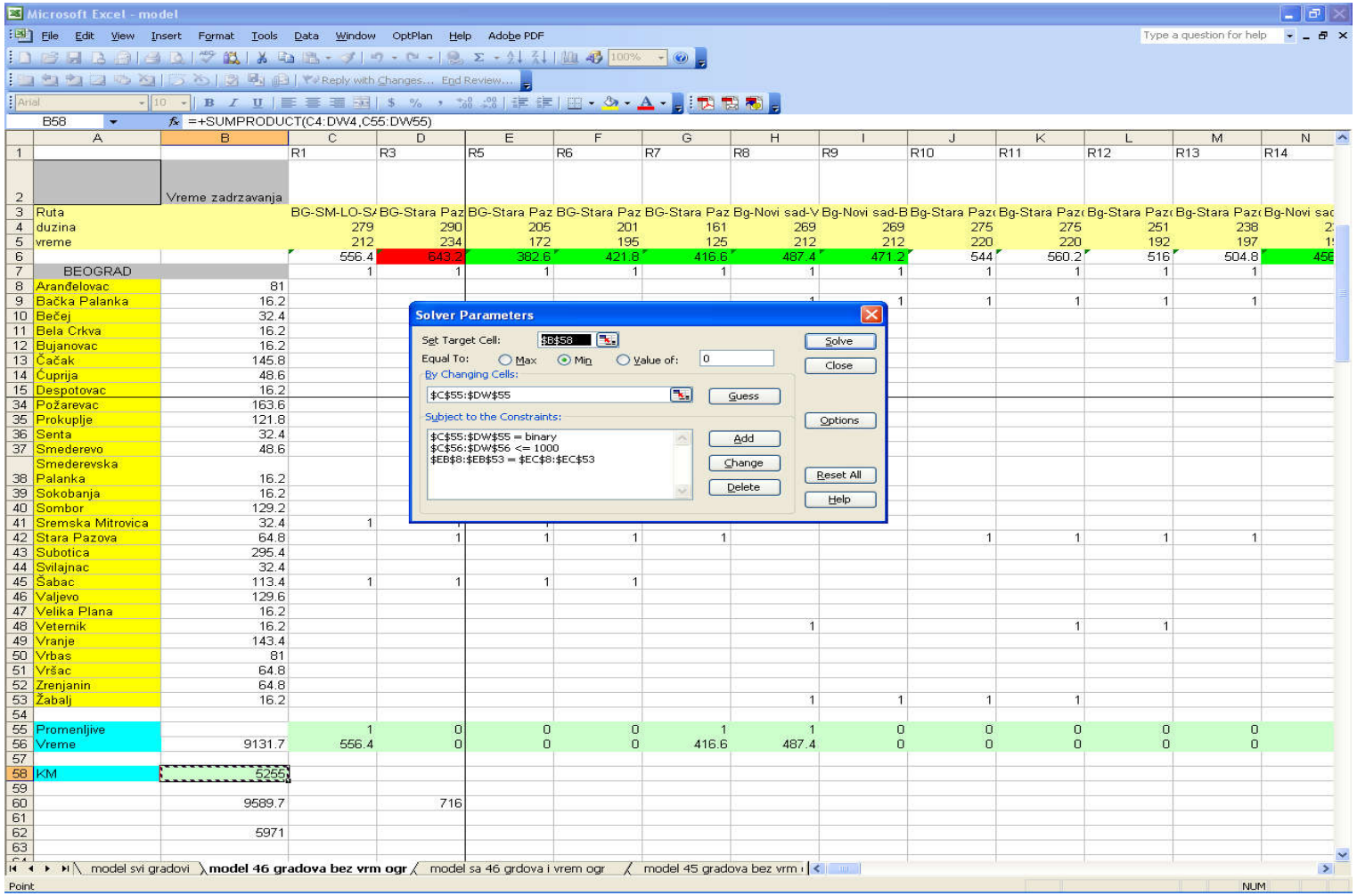
Број возила $\sum_{j\in J} x_{jk} \leq v_k, k \in K$

$x_{jk} \geq 0$ и целобројно, $j \in J, k \in K$

Проблем недељног рутирања

- Припрема података:
  - Број места испоруке у сваком граду
  - Задржавање у сваком граду
  - Дефинисање допустивих рута
    - Градови на рути
    - Време пута на рути
    - Време задржавања на рути: време пута + задржавање у градовима
- Тестирање модела
  - *Microsoft Excel*
  - *Large-Scale Solver*

Проблем недељног рутирања



ЛабОИ

Проблем недељног рутирања

23	rute	km	troškovi puta (bez putarine)	vreme puta	vreme zadrzavanja	
24	BG-SM-LO-SA	279	2232	212	556.4	9.27
25	BG-Stara Pazova-Novi sad	161	1288	125	416.6	6.94
26	Bg-Novi sad-Veternik-Backa palanka-Zabalj	269	2152	212	487.4	8.12
27	Bg-Kula-Vrbas-Sombor-Subotica-Senta	418	3344	341	911.4	15.19
28	Bg-NS-Becej-Senta-Kikinda-Zrenjanin	343	2744	305	677.6	11.29
29	Bg-Vrsac-Bela Crkva-Pancevo	208	1664	200	443	7.38
30	Bg-Smederevo-Pozarevac-V. Plana-S. palanka-Mladenovac	215	1720	164	441	7.35
31	Bg-Lazarevac-Valjevo-Cacak-Gornji Milanovac	316	2528	305	718.1	11.97
32	Bg-Arandjelovac-Kragujevac	258	2064	189	831.4	13.86
33	Bg-Svilajnac-Despotovac-Jagodina-Cuprija-Paracin	329	2632	207	450	7.50
34	Bg-Krusevac-Novi pazar-Kraljevo	539	4312	441	862.2	14.37
35	Bg-Soko banja-Nis-Pirot	612	4896	402	670.4	11.17
36	Bg-Nis-Prokuplje-Leskovac	571	4568	328	878.8	14.65
37	Bg-Nis-Vranje-Bujanovac	708	5664	394	741.8	12.36
38		5226	41808	3825	9086.1	151.44
39						
40						
41		km	troškovi puta (bez putarine)	vreme puta	vreme zadrzavanja	
42	Nedeljna razlika	281	2248	216	313.2	5.22
43	Godišnja razlika	14612	116896	11232	16286	271.44
44	Procentualna razlika	5.10%	5.10%	5.35%	3.33%	3.33%

Проблем недељног рутирања

- Софтвер:
  - Апликација у којој се одржава база података и која служи као интерфејс ка кориснику.
  - Програм за оптимизацију.
- Димензије
  - 184 града
  - 261 место испоруке
  - 729 предефинисаних рута
- Дневно рутирање – оптимизација рута на дневном нивоу на основу поруџбина за одређени дан

ОПТИМИЗАЦИЈА РУТА У *IMLEK AD*

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

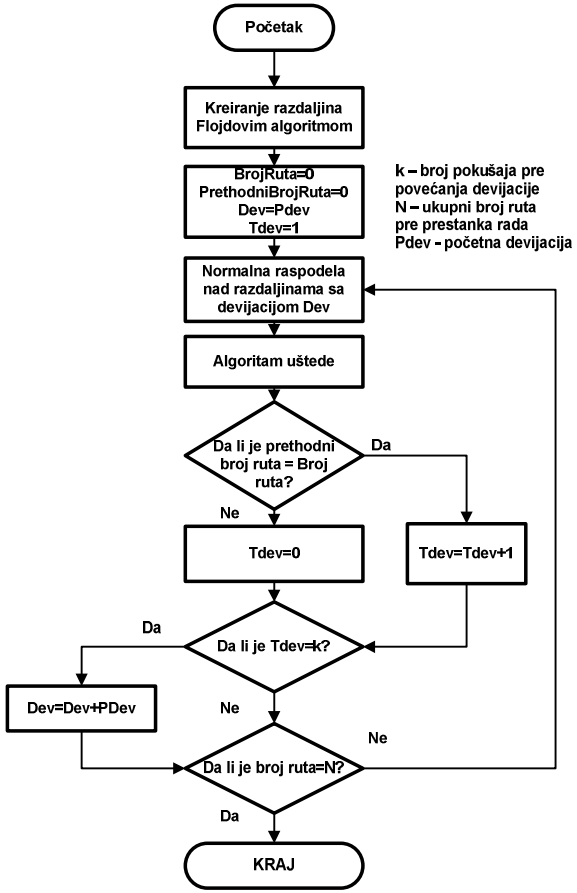
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема

- Како организовати руте по којима ће се кретати камиони који сакупљају млеко по локацијама у Војводини (Срем и Банат).
- Око стотину фарми и предузећа које се баве производњом млека.
- Укупна количина млека коју треба скупити 92000 литара.
- Возни парк се састоји од седам камиона и пет приколица укупног капацитета 165000 литара.



$$(\min)\sum_{j\in J}\sum_{k\in k}(c_j\cdot tr_k+td_k)x_{jk}$$

п.о.

$$\sum_{j\in J}\sum_{k\in k}a_{ij}x_{jk}\geq b_i, i\in I$$

$$(\sum_{i\in I}a_{ij}d_i m+t_j-D)x_{jk}\leq 0, j\in J, k\in K$$

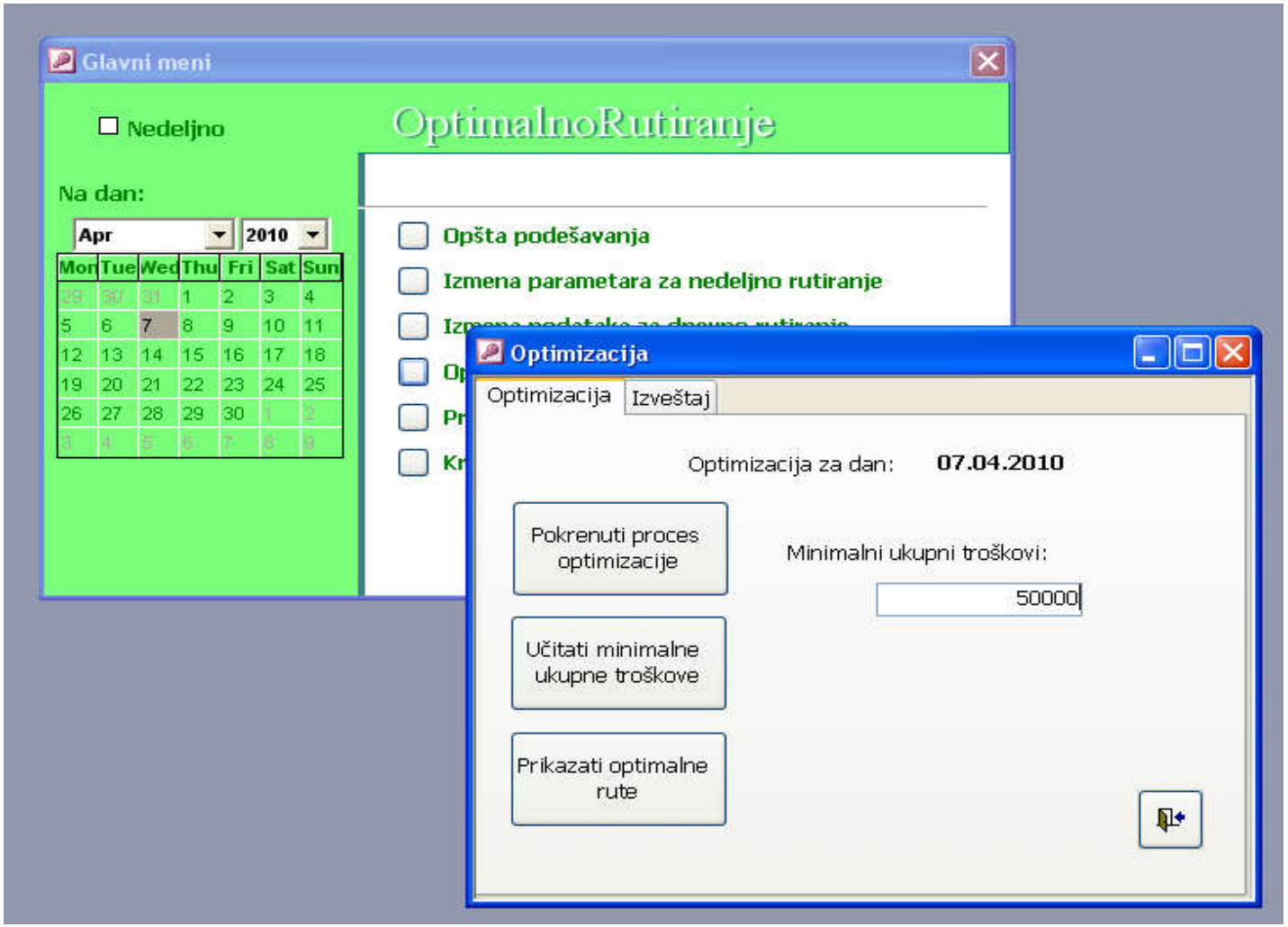
$$\sum_{i\in I}a_{ij}q_i x_{jk}-s\cdot Q_k x_{jk}\leq 0, j\in J, k\in K$$

$$\sum_{j\in J}x_{jk}\leq v_k, k\in K$$

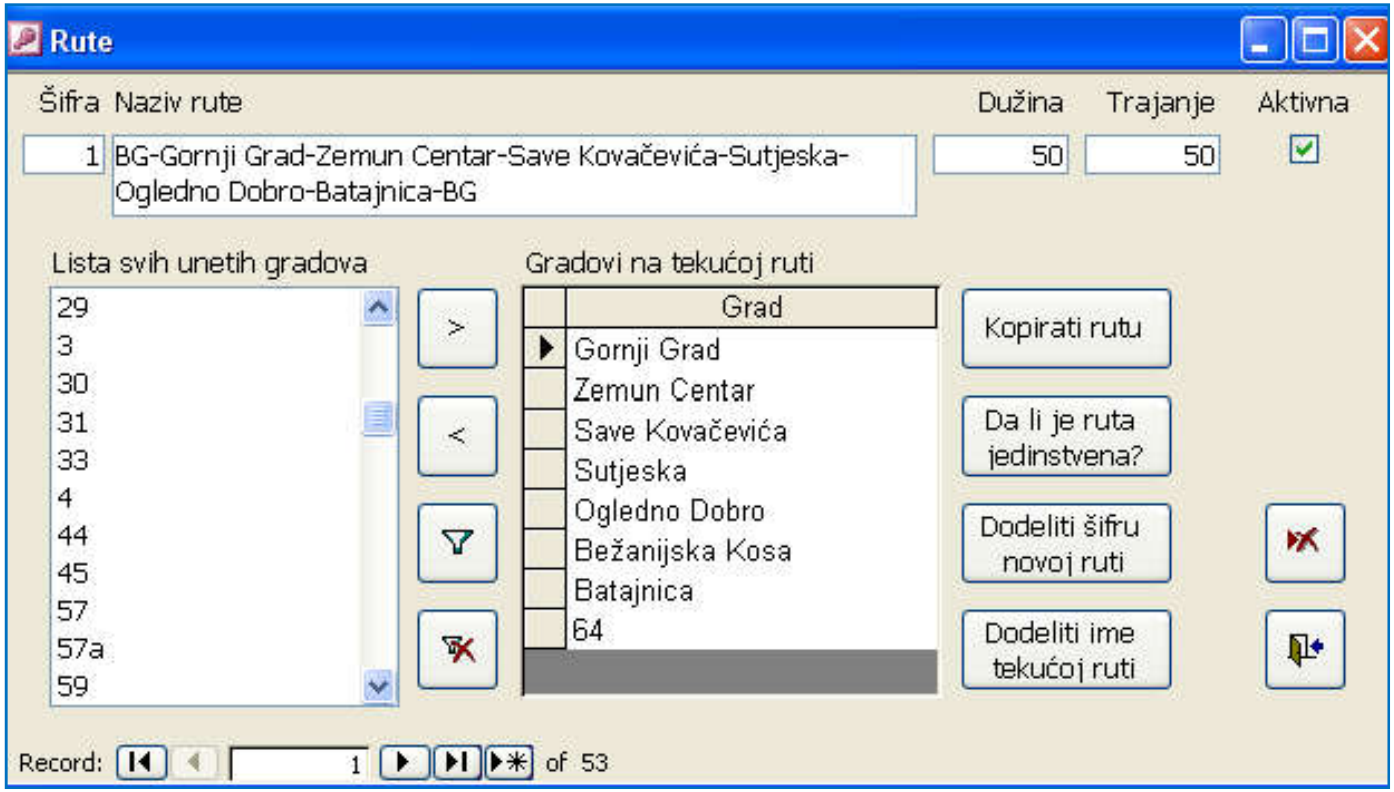
$x_{jk}\geq 0$ и целобројно, $j\in J, k\in K$

ЛабОИ

- Апликација је реализована у *MS Access 2003* окружењу.
- Програм за оптимизацију је извршни фајл (развијен у програмском језику C).
- Након оптимизације омогућен је преглед резултата и аутоматско креирање извештаја у облику *MS Excel* табеле.


Glavni meni
Nedeljno
OptimalnoRutiranje
Na dan:
Apr
2010
Mon Tue Wed Thu Fri Sat Sun
Opšta podešavanja
Izmena parametara za nedeljno rutiranje
Optimizacija
Optimizacija
Izveštaj
Optimizacija za dan:
07.04.2010
Pokrenuti proces optimizacije
Minimalni ukupni troškovi:
50000
Učitati minimalne ukupne troškove
Prikazati optimalne rute

ЛабОИ


Rute
Šifra
Naziv rute
Dužina
Trajanje
Aktivna
1
BG-Gornji Grad-Zemun Centar-Save Kovačevića-Sutjeska-Ogledno Dobro-Batajnica-BG
50
50
Lista svih unetih gradova
29
3
30
31
33
4
44
45
57
57a
59
>
<
Gradovi na tekućoj ruti
Grad
Gornji Grad
Zemun Centar
Save Kovačevića
Sutjeska
Ogledno Dobro
Bežanijska Kosa
Batajnica
64
Kopirati rutu
Da li je ruta jedinstvena?
Dodeliti šifru novoj ruti
Dodeliti ime tekućoj ruti
Record:
1
of 53

ЛабОИ

Optimalne rute

Optimalne rute na nedeljnom nivou

Vrednost rešenja: **730.00**

RB	Ruta	Naziv vozila		Troskovi	Dužina		Vreme puta/rute
1	BG-Nova Galenika-Gornji Grad-Zemun Centar-Ogledno Dobro-Marija Bursać-BG	Vozilo 1		40	40		0h 40'
		kom:	1	40	br.m.isp:	25	4h 00'
2	BG-21-22-19a-23-24-28-29-30-31-33-BG	Vozilo 1		130	130		2h 10'
		kom:	1	130	br.m.isp:	18	4h 34'
3	BG-64-63-62-61-71-45-44-70-70a-BG	Vozilo 1		140	140		2h 20'
		kom:	1	140	br.m.isp:	23	5h 24'
4	BG-Radnička-Surčin-BG	Vozilo 1		140	140		2h 20'
		kom:	1	140	br.m.isp:	5	3h 00'
5	BG-Bežanijska Kosa-59-57-57a-Ledine-BG	Vozilo 1		140	140		2h 20'
		kom:	1	140	br.m.isp:	15	4h 20'
6	BG-Železnička Kolonija-Sutjeska-Novi Grad-Altina-Zemun Polje-BG	Vozilo 1		60	60		1h 00'
		kom:	1	60	br.m.isp:	37	5h 56'
7	BG-9a-11c-7-8a-Save Kovačevića-1-4-3-BG	Vozilo 1		80	80		1h 20'
		kom:	1	80	br.m.isp:	25	4h 40'

ОПТИМИЗАЦИЈА РУТА У НАФТНОЈ ИНДУСТРИЈИ СРБИЈЕ

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема

- Специфичности проблема рутирања:
  - Транспорт прве врсте
  - Транспорт друге врсте
  - Осцилирајућа тражња
  - Законска регулатива
  - Физичко-хемијске карактеристике робе која се транспортује
  - Карактеристике возила
  - Више депоа

Математички модел

$$(\boldsymbol{min}) \sum_{\boldsymbol{i \in V}} \sum_{\boldsymbol{j \in R}} \boldsymbol{s_j x_{ij}}$$

$$\sum_{j \in R} a_{kj}\, x_{ij} m_{ij} - y_{ki} \geq 0\,, \qquad k \in B, i \in V$$

$$\sum_{i \in V} y_{ki} = d_k, \qquad k \in B$$

$$\sum_{k \in B} a_{kj}\, m_{ij}\, y_{ki}\, z + t_j - 1000\left(1 - x_{ij}\right) \leq tr, \qquad j \in R,\ i \in V$$

$$\sum_{k \in B} p_k y_{ki} \leq q1_i, \qquad i \in V$$

$$\sum_{k \in B} p_k y_{ki} \geq q2_i, \qquad i \in V$$

$$\sum_{j \in R} x_{ij} \leq 1\,, \qquad i \in V$$

ЛабОИ

Примена

- Димензије проблема

- **172 руте**

Од чега 99 полази из депоа у Нишу, а 73 из депоа у Чачку

- **111 бензинских станица**

Из депоа у Нишу је потребно задовољити тражњу на 66 бензинских станица, а из депоа у Чачку 45. Од 111 бензинских станица 11 се налази на рутама које полазе из оба депоа

- **26 возила**

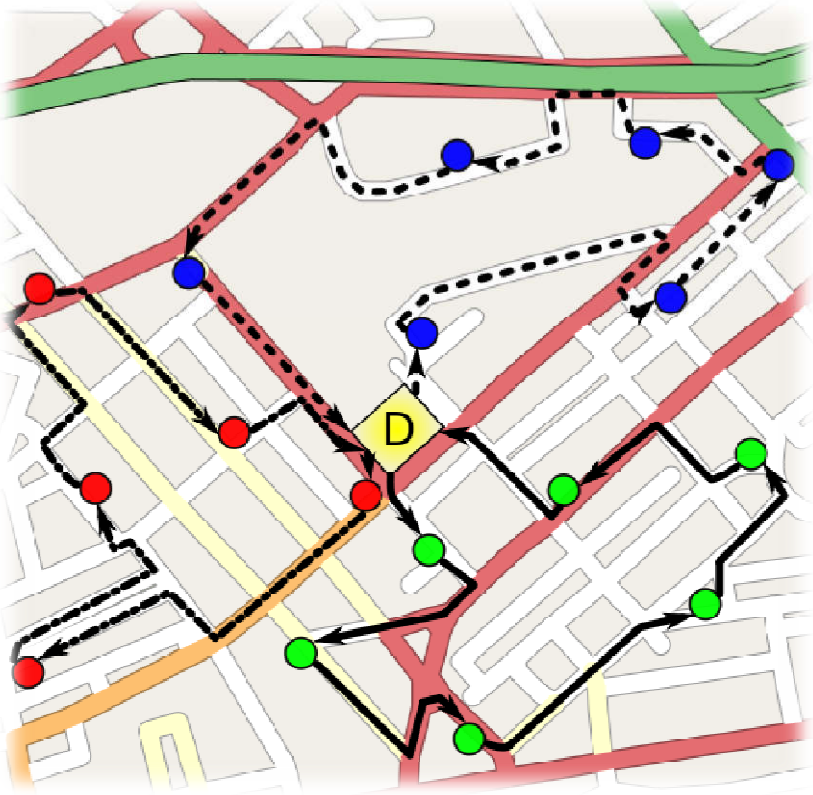
Складиште у Нишу располаже са 17 возила, а складиште у Чачку са 9 возила такође различитог капацитета

Тражња на бензинским станицама

Р. бр.	Бензинска станица	Тражња [l]	Р. бр.	Бензинска станица	Тражња [l]	Р. бр.	Бензинска станица	Тражња [l]
1	Бабушница	2700	18	Параћин 1	4400	35	Горњи Милановац 2	4000
2	Бела Паланка	3800	19	Параћин АП лево	3300	36	Крагујевац 1	3600
3	Бресоствац	2700	20	Предејане	6000	37	Крагујевац 5	2000
4	Брус	4000	21	Прокупље 1	3300	38	Крагујевац 6	3000
5	Бујановац Град 1	5000	22	Прокупље 2	3500	39	Краљево 1	4000
6	Ћуприја Мост	2500	23	Рударе	3000	40	Краљево 3	3300
7	Дољевац Град	4000	24	Сокобања 2	2650	41	Крупањ	4000
8	Јагодина 1	2200	25	Сурдулица	3500	42	Лозница	6000
9	Јагодина 2	4300	26	Трстеник 1	4000	43	Мрчајевци	3000
10	Јагодина 3	6500	27	Трстеник 2	5000	44	Нови Пазар 1	5000
11	Књажевац 1	3600	28	Владичин Хан	3200	45	Нови Пазар 2	5000
12	Књажевац 3	6600	29	Врање АП 1	2000	46	Пожега	4000
13	Крушевац 1	5100	30	Врање Град	2200	47	Прибој	4000
14	Куршумлија	3000	31	Житковац	3000	48	Пријепоље	5000
15	Медијана 1	4000	32	Житорађа	3650	49	Теразије	5000
16	Медијана 2	6000	33	Бајина Башта	2100	50	Ваљево 1	3500
17	Мерошина	3800	34	Чачак 1	8000	51	Ваљево 4	3500

Примена

*Да би се задовољила тражња **51 бензинске станице**, потребно је **19 цистерни**, које ће прећи исто толико рута. Девет цистерни креће из Чачка, а десет из депоа у Нишу. При томе ће укупна пређена километража бити **3 239.8 километара**.*



Примена

Депо	Возило	Рута
Чачак	1	115
Чачак	2	167
Чачак	3	123
Чачак	4	100
Чачак	5	128
Чачак	6	137
Чачак	7	143
Чачак	8	152
Чачак	9	156

Рута	БЕНЗИНСКЕ СТАНИЦЕ НА РУТИ
115	Пожега - Севојино 1 - Севојино 2 - Ужице Град - Теразије - Бајина Башта
167	Краљево 3 - Подунавци - Трстеник 1 - Трстеник 2
123	Прељина 1 - Мрчајевци - Краљево 2 - Краљево 3 - Краљево 1
100	Чачак 1
128	Крагујевац Станово 3 - Крагујевац 2 - Крагујевац 5 - Крагујевац 6 - Крагујевац 1
137	Прељина 1 - Горњи Милановац 2 - Горњи Милановац 1 - Љиг 2 - Љиг 1 - Мионица - Ваљево 3 - Ваљево 2 - Ваљево 4 - Ваљево 1
143	Осечина - Крупањ - Лозница
152	Рашка Излаз - Рашка Град - Нови Пазар 2 - Нови Пазар 1
156	Нова Варош - Прибој - Пријепоље

Депо	Возило	Рута
Ниш	1	25
Ниш	2	63
Ниш	4	10
Ниш	6	16
Ниш	7	97
Ниш	9	60
Ниш	11	43
Ниш	14	73
Ниш	15	55
Ниш	16	36

Рута	БЕНЗИНСКЕ СТАНИЦЕ НА РУТИ
25	Дољевац Град - Житорађа
63	Сврљиг - Књажевац 3 - Књажевац 1
10	Медијана 1 - Медијана 2
16	Бела Паланка - Бабушница
97	Крушевац 1 - Стопања - Брус
60	Алексинац Град - Житковац - Сокобања 2
43	Брестовац - Власотинце - Предејане - Владичин Хан - Сурдулица
73	Алексинац Град - Параћин 1 - Параћин АП лево - Ћуприја Мост - Јагодина 2 - Јагодина 1 - Јагодина 3 - Параћин АП десно
55	Врање Град - Врање АП 1 - Врање АП 2 - Бујановац АП 2 - Бујановац Град 1 - Бујановац Град 2
36	Мерошина - Прокупље 2 - Прокупље 1 - Куршумлија - Рударе

ЛабОИ

Примена

Приказ искоришћености капацитета возила

Депо	Возило	Рута	Попуњеност возила [l]	Максималан капацитет возила [l]	Искоришћен капацитет возила
Чачак	1	115	11100	15302	73%
Чачак	2	167	12300	14905	83%
Чачак	3	123	7000	7908	89%
Чачак	4	100	8000	14971	53%
Чачак	5	128	8600	15004	57%
Чачак	6	137	11000	36102	30%
Чачак	7	143	10000	36102	28%
Чачак	8	152	10000	36102	28%
Чачак	9	156	9000	36102	25%
Ниш	1	25	7650	11500	67%
Ниш	2	63	10200	11500	89%
Ниш	4	10	10000	15450	65%
Ниш	6	16	6500	15301	42%
Ниш	7	97	9100	14308	64%
Ниш	9	60	5650	7604	74%
Ниш	11	43	15400	15702	98%
Ниш	14	73	23200	36102	64%
Ниш	15	55	9200	36102	25%
Ниш	16	36	16600	36102	46%

Приказ времена трајања сваке руте

Депо	Возило	Рута	Трајање руте [min]
Чачак	1	115	368
Чачак	2	167	298
Чачак	3	123	195
Чачак	4	100	48
Чачак	5	128	280
Чачак	6	137	380
Чачак	7	143	470
Чачак	8	152	365
Чачак	9	156	415
Ниш	1	25	147
Ниш	2	63	240
Ниш	4	10	121
Ниш	6	16	233
Ниш	7	97	306
Ниш	9	60	194
Ниш	11	43	341
Ниш	14	73	424
Ниш	15	55	328
Ниш	16	36	389

ОПТИМАЛНО РУТИРАЊЕ У ЛАНЦУ СНАБДЕВАЊА ДЕЛОВИМА И ПРИБОРОМ ЗА МОТОРНА ВОЗИЛА

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

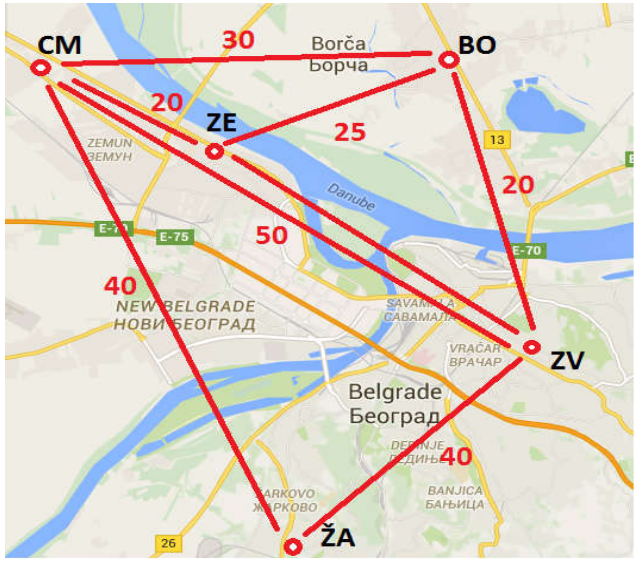
БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема

EURO 07 UVOZ I DISTRIBUCIJA REZERVNIH DELOVA, ULJA, ALATA I SERVISNE OPREME

- Специфичности проблема рутирања:
- Места понуде и места тражње
- Два возила
- Стално кружење



ЛабОИ

Опис проблема – тренутно стање

Vozilo 1		Vozilo 2	
vreme polaska	relacija	vreme polaska	relacija
07:00	CM-Zemun	06:50	CM-Zemun
07:20	Zemun-Zvezdara	07:10	Zemun-Žarkovo
08:00	Zvezdara-Borča	07:45	Žarkovo-Borča
08:30	Borča-Zvezdara	08:40	Borča-Zemun
09:10	Zvezdara-Borča	09:10	Zemun-CM
09:40	Borča-CM	09:35	CM-Žarkovo
10:20	CM-Zemun	10:15	Žarkovo-Zemun
10:45	Zemun-Borča	10:45	Zemun-CM
11:10	Borča-Zvezdara	11:10	CM-Zarkovo
11:35	Zvezdara-Borča	11:50	Zarkovo-Zemun
12:00	Borča-CM	12:30	Zemun-CM
12:40	CM-Zemun	12:50	CM-Zarkovo
13:05	Zemun-Borča	13:30	Žarkovo-Zemun/office
13:30	Borča-Zvezdara		
13:50	Zvezdara-Borča		

Приступ решавању

- Оптимизација поједностављеног проблема
- Организационо решавање распореда рута

Математички модел

$$\min W$$

$$s.t.$$

$$\sum_{j \in C, j \neq i} X_{ijk} \geq 1, k \in K, i \in D$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in C, i \neq j} X_{ijk} \leq gbo, j \in C \setminus D$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in C, i \neq j} X_{ijk} \geq dbo, j \in C \setminus D$$

$$\sum_{j \in C, j \neq i} X_{jik} - \sum_{j \in C, j \neq i} X_{ijk} = 0, k \in K, i \in C$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C, j \neq i} X_{ijk} = bcr, k \in K$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in C, j \neq i} d_{ij} X_{ijk} - W \leq 0, k \in K$$

$$W \geq 0,\ X_{ijk} \in \{0,1\}, i, j \in D, k \in K$$

Улазни подаци

Objekat polaska	Objekti ka kojima ide									
	CM		Zemun		Žarkovo		Borča		Zvezdara	
	vreme (min)	km	vreme (min)	km	vreme (min)	km	vreme (min)	km	vreme (min)	km
CM	x	x	15-20	8	35-40	25	25-30	20	50	23-25
ZEMUN	15-20	8	x	x	25-30	17	20-25	16	25-30	15
ŽARKOVO	35-40	25	25-30	17	x	x	40-60	25-27	30-40	15-18
BORČA	25-30	20	20-25	16	25-27	25-27	x	x	15-20	8-9
ZVEZDARA	50	23-25	25-30	15	30-40	15-18	15-20	8-9	x	x

GLPK

```
# Matematicki model / transportni sistem / Euro 07
set depo;
set cvor;
set vozilo;
param d {cvor,cvor}>=0;
param dbo;
param gbo;
param bcr;
var x{cvor,cvor,vozilo}, binary;
var W;

minimize vreme: W;
 s.t.
CMdepo {k in vozilo, j in depo}: sum{i in cvor:i<>j} x[i,j,k] >= 1;
gornje {j in cvor diff depo}: sum {k in vozilo, i in cvor: i<>j} x[i,j,k] <= gbo;
donje {j in cvor}: sum {k in vozilo, i in cvor: i<>j}  x[i,j,k] >= dbo;
rute {k in vozilo, i in cvor}:  sum {j in cvor: i<>j} x[i,j,k] - sum{j in cvor: i<>j} x[j,i,k]=0;
broj_ruta {k in vozilo}: sum {i in cvor, j in cvor: i<>j} x[i,j,k] = bcr;
naduzi_put {k in vozilo}: sum {i in cvor, j in cvor: i<>j} d[i,j]*x[i,j,k]-W <= 0;
solve;
```

Сценарио са два возила - решење

Scenario sa 2 vozila			
Vreme polaska	Objekat iz kojeg se polazi	Vreme polaska	Objekat iz kojeg se polazi
Vozilo 1		Vozilo 2	
07:00	CM	07:00	CM
07:50	ZV	07:40	ŽA
08:10	BO	08:20	ZE
08:40	CM	08:40	CM
09:30	ZV	09:20	ŽA
09:50	BO	10:00	ZE
10:20	CM	10:20	CM
11:10	ZV	11:00	ŽA
11:30	BO	11:40	ZE
12:00	CM	12:00	CM
12:50	ZV	12:40	ŽA
13:10	BO	13:20	ZE
13:40	CM	13:40	CM
14:30	ZV	14:20	ŽA
14:50	BO	15:00	ZE
15:20	CM	15:20	CM

Сценарио са два возила - решење

- Предности:
  - *Transshipments* – тачке претовара
  - Песимистичка времена
  - Други возач има краћу руту од постојеће
- Мане:
  - Интервал доставе
  - Прекорачење ограничења

Сценарио са три возила - решење

Scenario sa 3 vozila					
Vreme polaska	Objekat iz kojeg se polazi	Vreme polaska	Objekat iz kojeg se polazi	Vreme polaska	Objekat iz kojeg se polazi
Vozilo 1		Vozilo 2		Vozilo 3	
07:00	CM	07:00	CM	07:00	CM
07:20	ZE	07:50	ZV	07:40	ŽA
07:45	BO	08:10	BO	08:20	ZE
08:15	CM	08:40	CM	08:40	CM
08:35	ZE	09:30	ZV	09:20	ŽA
09:00	BO	09:50	BO	10:00	ZE
09:30	CM	10:20	CM	10:20	CM
09:50	ZE	11:10	ZV	11:00	ŽA
10:15	BO	11:30	BO	11:40	ZE
10:45	CM	12:00	CM	12:00	CM
11:05	ZE	12:50	ZV	12:40	ŽA
11:30	BO	13:10	BO	13:20	ZE
12:00	CM	13:40	CM	13:40	CM
12:20	ZE	14:30	ZV	14:20	ŽA
12:45	BO				
13:15	CM				
13:35	ZE				
14:00	BO				
14:30	CM				

Сценарио са три возила - решење

- Предности:
  - Смањење трајања рута
  - Песимистичка времена
  - Број обилазака објеката – 49
- Мане:
  - Економска исплативност додатног возила
  - *Transshipments* – тачке претовара
  - Прекорачење ограничења

ОПТИМИЗАЦИЈА ТЕЛЕВИЗИЈСКОГ ОГЛАШАВАЊА

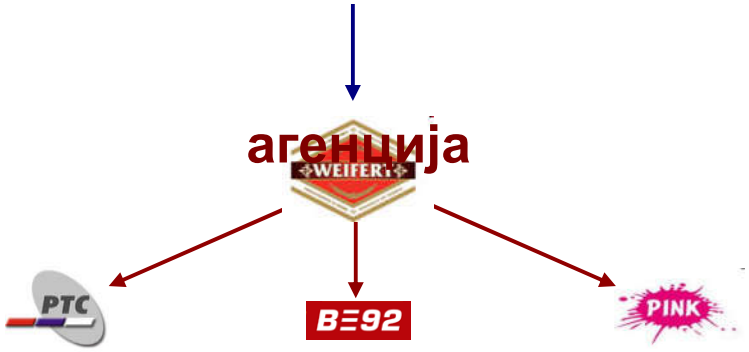
ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема



- Договорено: период оглашавања, циљна група, тип кампање, буџет, рекламни спот.
- Потребно одредити: распоред емитовања рекламних спотова у договореном периоду.

AGB Nielsen – TAM (Television Audience Measurement)

Базично истраживање:
социо-демографска слика популације,
ТВ опреме у сваком домаћинству и
покривеност ТВ станица

Панел – узорак
домаћинстава у којима су
инсталирани пиплметри
880 дом – 1290 пип.

Пиплметар – ко гледа
који канал, засебно на
сваком ТВ апарату у
домаћинству

Дневни пренос података

Pollux – база података о
гледаности програма

Telepad – база података
рекламних блокова

Arianna

ЛабОИ

Основни појмови

- **Rating points** (поени гледаности) – проценат домаћинстава (појединаца) који гледају рекламну поруку у посматраном тренутку.
  - *Gross Rating Points* (GRP) – бруто поени гледаности
  - Target Rating Points (TRP) – циљни поени гледаности
- **Reach+** (домет +) – проценат појединаца (из циљне групе) који су рекламну поруку видели више пута у посматраном периоду.
  - Reach +1, Reach +2 , Reach +3, Reach +4

Улазни подаци

- Програмске шеме са ТРП за март 2007 на све три телевизије.
- План агенције за април 2007.

- Број атома у свемиру $10^{83.}$
- 1001 рекламни блок, буџет за 250 емитовања: $6{,}428 \cdot 10^{242}$ комбинација
  - свака 1000. има смисла: $6{,}428 \cdot 10^{239}$ комбинација
  - у пракси: 400 рекламних блокова, 250 емитовања: $3{,}467 \cdot 10^{113}$ комбинација
    - половина блокова фиксирано: $3{,}367 \cdot 10^{106}$ комбинација
    - свака 1000. има смисла: $3{,}367 \cdot 10^{103}$ комбинација

Резултати агенције

	Резултат медија планера
Буџет	6259
Укупан рејтинг	908,74
Број спотова	264
Дневни број спотова	2 - 16
Дневни рејтинг	4,33 - 57,23

ЛабОИ

Математички модел

- Управљачке променљиве

$$x_{tjil} = \begin{cases} 1 & \text{ако се дужи спот емитује } j\text{ - тог дана } t\text{ - те седмице} \\ & \text{у } i\text{ - тој емисији на } l\text{ - тој позицији} \\ 0 & \text{у супротном} \end{cases}$$

$$y_{tjil} = \begin{cases} 1 & \text{ако се краћи спот емитује } j\text{-тог дана } t\text{-те седмице} \\ & \text{у } i\text{-тој емисији на } l\text{-тој позицији} \\ 0 & \text{у супротном} \end{cases}$$

Математички модел

укупан рејтинг

$$\max f(x,y) = \sum_{t=1}^{s} \sum_{j \in J_t} \sum_{i \in N_j} trp_{tji} \sum_{l \in L} (x_{tjil} + y_{tjil})$$

п.о.

буџет

$$\sum_{t=1}^{s} \sum_{j=J_t} \sum_{d \in D} \sum_{i \in N_{jd}} trp_{tji} \cdot cpp \cdot k_d \sum_{l \in L} k_i \cdot x_{tjil} + k_k \sum_{t=1}^{s} \sum_{j=J_t} \sum_{d \in D} \sum_{i \in N_{jd}} trp_{tji} \cdot cpp \cdot k_d \sum_{l \in L} k_i \cdot y_{tjil} \le NET$$

reach

$$\sum_{t=1}^{s} \sum_{j \in J_t} \sum_{l \in L} (x_{tjil} + y_{tjil}) \le a_p, i \in N_{Jp}, p = 1,\ldots,4$$

prime time

$$\sum_{i \in N_{jDp}} \sum_{l \in L} (x_{tjil} + y_{tjil}) - p \cdot \sum_{i \in N_j} \sum_{l \in L} (x_{tjil} + y_{tjil}) \ge 0, j \in J_t, t = 1,..s$$

non-prime time

$$\sum_{i \in N_{jDnp}} \sum_{l \in L} (x_{tjil} + y_{tjil}) - np \cdot \sum_{i \in N_j} \sum_{l \in L} (x_{tjil} + y_{tjil}) \le 0, j \in J_t, t = 1,..s$$

дневни број спотова

$$dbs_j \le \sum_{i \in N_j} \sum_{l \in L} (x_{tjil} + y_{tjil}) \le gbs_j, j \in J_t, t = 1,..s$$

дневни TRP

$$ddr_j \le \sum_{i \in N_j} trp_{tji} \sum_{l \in L} (x_{tjil} + y_{tjil}) \le gdr_j, j \in J_t, t = 1,..s$$

однос дужих и краћих спотова

$$(1-b) \sum_{t=1}^{s} \sum_{j=J_t} \sum_{i \in N_j} \sum_{l \in L} x_{tjil} - b \sum_{t=1}^{s} \sum_{j=J_t} \sum_{i \in N_j} \sum_{l \in L} y_{tjil} \ge 0$$

дужи и краћи спот у истом блоку

$$\sum_{l \in L} (x_{tjil} + y_{tjil}) \le 1, i \in N_j, j \in J_t, t = 1,..s$$

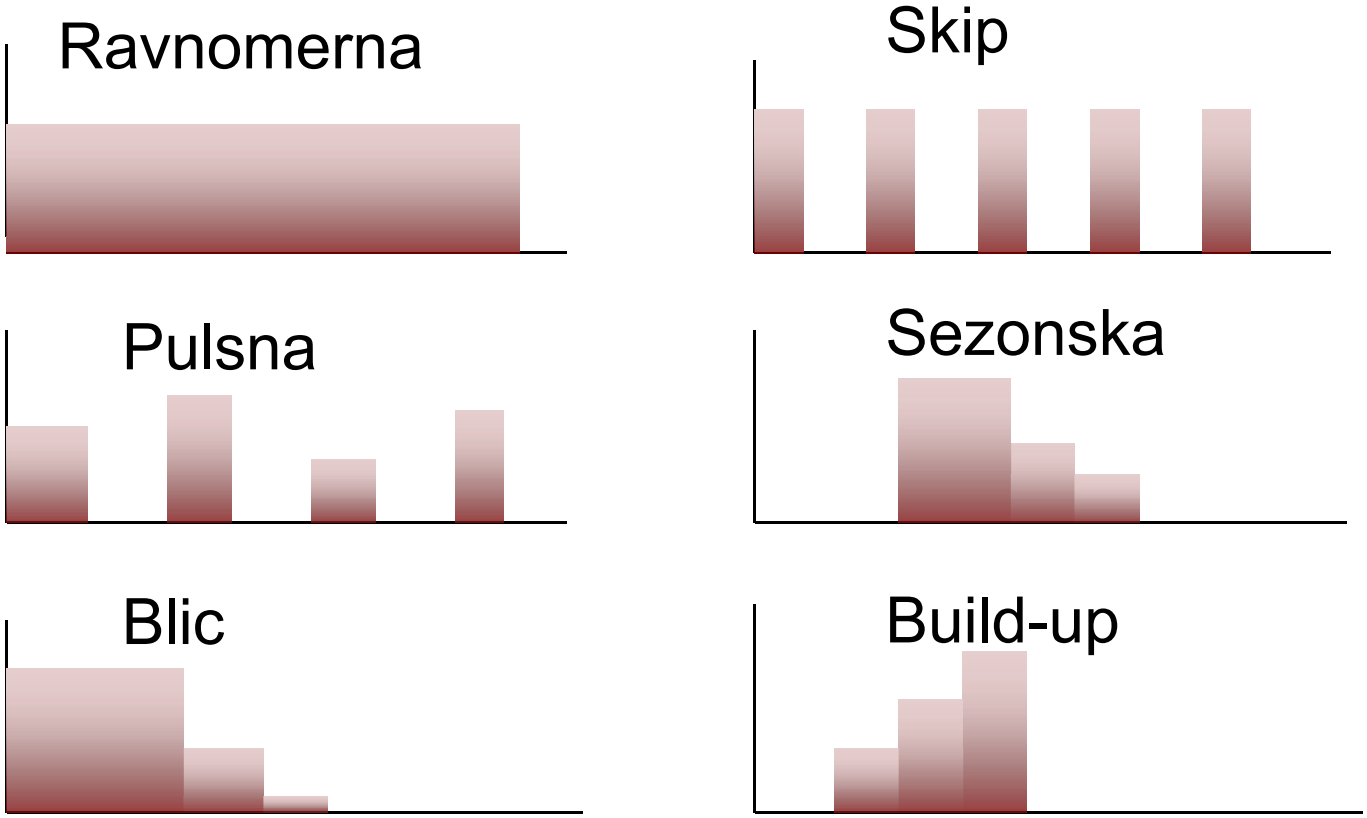
ЛабОИ

Поређење резултата

	Резултат медија планера	Резултат оптимизације	Резултат оптимизације (шта-ако)
Буџет	6259	6259	6259
Укупан рејтинг	908,74	1249,07 (137%)	1353,02 (149%)
Број спотова	264	310	352
Дневни број спотова	2 - 16	7-11	7 - 12
Дневни рејтинг	4,33 - 57,23	32,32 - 39,92 (30-40)	20,55 - 49,87 (20-50)

ЛабОИ

Прецизније моделирање: Типови кампање



ЛабОИ

AGB Nielsen – TAM (Television Audience Measurement)

Базично истраживање:
социо-демографска слика популације,
ТВ опреме у сваком домаћинству и
покривеност ТВ станица

Панел – узорак
домаћинстава у којима су
инсталирани пиплметри
880 дом – 1290 пип.

Пиплметар – ко гледа
који канал, засебно на
сваком ТВ апарату у
домаћинству

Дневни пренос података

Pollux – база података о
гледаности програма

Telepad – база података
рекламних блокова

Arianna

ЛабОИ

Прецизније моделирање: Пиплметри

- **Rating points** (поени гледаности) – проценат домаћинстава (појединаца) који гледају рекламну поруку у посматраном тренутку.
  - *Gross Rating Points* (GRP) – бруто поени гледаности
  - Target Rating Points (TRP) – циљни поени гледаности
- **Reach+** (домет +) – проценат појединаца (из циљне групе) који су рекламну поруку видели више пута у посматраном периоду.
  - Reach +1, Reach +2 , Reach +3, Reach +4

Математички модел

P – скуп пиплметара (испитаника)

D – скуп дана у којима ће се емитовати рекламне поруке

k – број периода

$D^1, D^2, \ldots, D^k$ – скуп дана у периодима,

$D^1 \cup D^2 \cup \ldots \cup D^k = D,\ D^1 \cap D^2 \cap \ldots \cap D^k = \varnothing$

E^l – скуп рекламних блокова у l-том дану, $l \in D^q,\ q = \overline{1,k}$

a_{ij} – вероватноћа да ће j-ти испитаник гледати i-ти блок (емисију), $i \in E^q, q = \overline{1,k}, j \in P$

GRP_i – поени гледаности i-тог рекламног блока, $i \in E^l,\ l \in D^q, q = \overline{1,k}$,

c_i – цена емитовања i-тог рекламног блока, $i \in E^l,\ l \in D^q, q = \overline{1,k}$,

DRD_l, DRG_l – доња и горња граница поена гледаности l-тог дана, $l \in D^q, q = \overline{1,k}$,

$reach_q$ – жељена фреквенција гледаности у q-том периоду, $q = \overline{1,k}$

B_q – расположиви буџет q-том периоду, $q = \overline{1,k}$

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{ако се рекламна порука емитује у } i\text{-том блоку} \\ 0 & \text{у супротном} \end{cases}$$

$$\sum_{i \in E^l, l \in D^q} a_{ij} x_i \geq reach_q,\ j \in P, q = \overline{1,k}$$

$$\sum_{i \in E^l, l \in D^q} c_i x_i \leq B_q,\ q = \overline{1,k}$$

$$\sum_{i \in E^l} GRP_i x_i \leq DRG_l,\ l \in D^q,\ q = \overline{1,k}$$

$$\sum_{i \in E^l} GRP_i x_i \geq DRD_l,\ l \in D^q,\ q = \overline{1,k}$$

Математички модел

$$\min f(x) = w_1 \sum_{j \in P} d_j + w_2 \sum_{l \in D^q} (dDRG_l + dDRD_l) + \sum_{i \in E^l, l \in D^q} c_i x_i$$

п.о.

$$\sum_{i \in E^l, l \in D^q} a_{ij} x_i \geq reach_j - dreach_j, \; j \in P, \; q = \overline{1, k}$$

$$reach_j = \max\{reach_q^{cost\,var,est\,var,est\,var,est

Оптимизација

- GNU MathProg језик
- GLPK (*GNU Linear Programming Kit*)

Број периода (итерација):	10
Број дана по периоду (итерацији):	3
Број рекламних блокова по дану:	150 - 250
Укупан број рекламних спотова:	4500-7500
Број испитаника (пиплметара):	1.000
Циљана фрекфенција гледаности:	1
Минимална фрекфенција гледаности:	1
Буџет за период:	10.000
Коефицијент преноса остатка буџета:	1
Минимални дневни рејтинг:	20
Максимални дневни рејтинг:	40
Извршавање у секундама	100-500

ОПТИМИЗАЦИЈА РАСПОНА ЗАРАДА У ТЕЛЕКОМ А.Д.

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

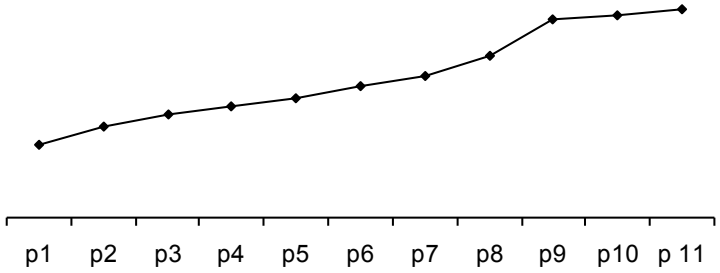
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Проблем распона зарада

- Дирекција за персонал, Телеком А.Д.
- Концептуални оквир
- Затечено стање
- Решење



- Недовољан број платних нивоа.
- Коначно решење
- Однос основне зараде најнижег и највишег нивоа је мали.
- Активна улога менаџмента
- Израда новог правилника о систематизацији врста послова;
- Однос зарада између два узастопна нивоа је веома различит и без
- Равнотежа између персоналних и материјалних ресурса
- Дефинисање одговарајућег математичког модела
- Персонал – најважнији ресурс предузећа
- Приоремећено решење
- Разремећено решење
- Стварање интелигентне организације
- Допуна постојећег колективног уговора
- Распони нивоа стручне спреме су непропорционални у различитим платним нивоима.
- Дефинисање одговарајућег математичког модела

ЛабОИ

Математички модел за обрачун зарада

n – број нивоа зарада.

m_j – број поднивоа j-тог нивоа зарада, $j = \overline{1, n}$

x_j – основна (најнижа) зарада j-тог нивоа, $j = \overline{1, n}$

r_{ij} – број радника i-тог поднивоа j-тог нивоа зарада, $i = \overline{1, m_j}$ $j = \overline{1, n}$

k_{ij} – однос зараде i-тог поднивоа и основне зараде j-тог нивоа,

$i = \overline{1, m_j}$ $j = \overline{1, n}$, $k1j = 1$

p_j – просечна зарада j-тог нивоа, $j = \overline{1, n}$

z_j – тренутна зарада j-тог нивоа, $j = \overline{1, n}$

p – зарада првог нивоа (најмања зарада),

a – однос највеће и најмање зараде.

Математички модел за обрачун зарада

$$\min f(x) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m_j} r_{ij}k_{ij}x_j$$

п.о.

1) $x_j \geq z_j, \ j = \overline{1,n}$

2) $k_{m_n n}x_n = a \cdot x_1$

3) $x_1 = p$

4,5) $\dfrac{p_{j+1}}{p_j} \leq \dfrac{p_j}{p_{j-1}}, \ j = \overline{2,n-1},$

$$p_j = \frac{\sum_{i=1}^{m_j} r_{ij}k_{ij}x_j}{\sum_{i=1}^{m_j} r_{ij}}, \ j = \overline{1,n}$$

(Min) Потребна новчана средства за исплату укупне зараде

п.о.

1) Зарада за сваки од нивоа не може бити мања од минимално дефинисане.

2) Однос између најниже и највише плате је тачно дефинисан.

3) Дефинисан је износ најниже зараде.

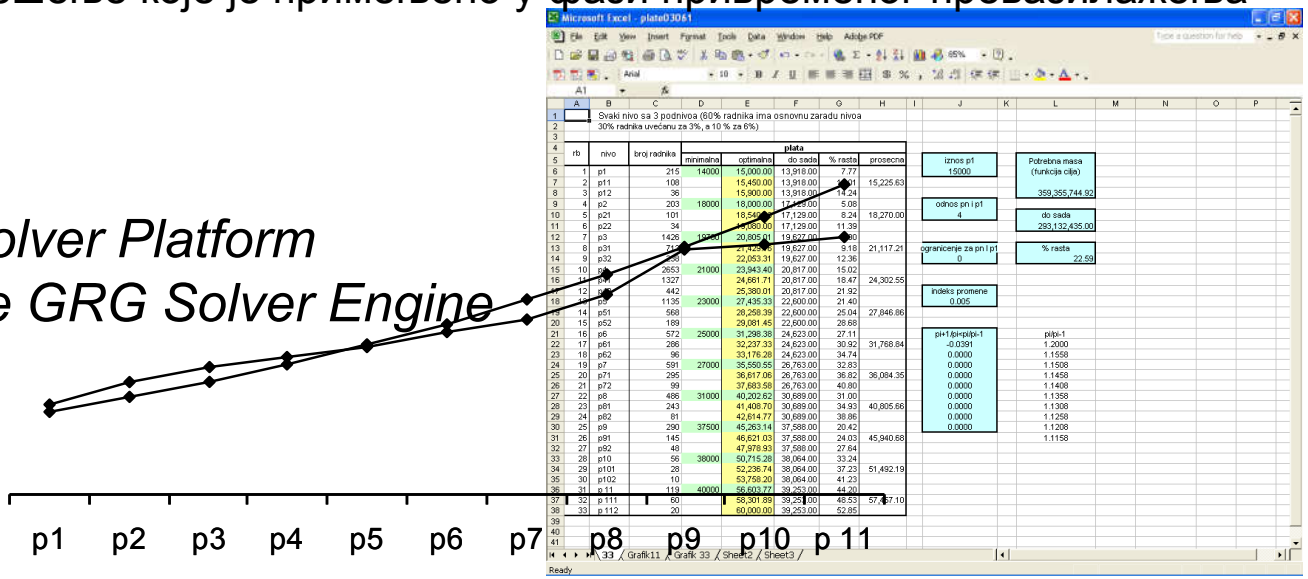
4) Највећа разлика између 2 узастопна нивоа је између 2 нивоа са највишом зарадом, а најмања између 2 нивоа са најнижом зарадом.

5) Однос између просечне зараде 2 новоа са најнижом зарадом је највећи, и он опада па је између просечних зарада 2 нивоа са највишом зарадом, најмањи однос.

Резултати

- Модел и његове могућности су представљене директорима дирекција и представника синдиката.
- 11 променљивих, 13 линеарних и 9 нелинеарних ограничења
- Симулација сценарија различитих договора менаџмента Телекома и представника синдиката .
- Добијено је решење које је примењено у фази привременог превазилажења проблема.

- *MS Excel*
- *Premium Solver Platform*
- *Large-Scale GRG Solver Engine*



ЛабОИ

ОПТИМИЗАЦИЈА РЕАЛИЗАЦИЈЕ ВИШЕСТРУКОГ СПЕЦИЈАЛНОГ ДОГАЂАЈА - ДУНАВ ОСИГУРАЊЕ -

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

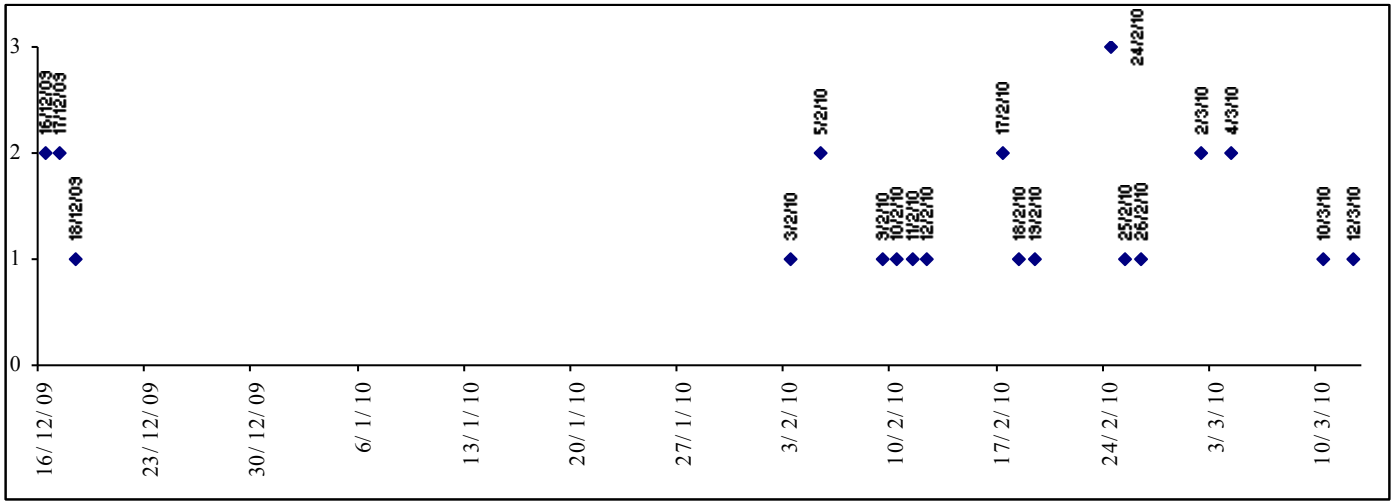
ЛабОИ

- **Друштвено одговорно пословање** - концепт по коме привредни субјекти свесно и добровољно надилазе своју примарну функцију стицања и расподеле профита и настоје да позитивно утичу на своје радно, друштвено и природно окружење.
- **Проблем безбедности деце у саобраћају.**
- Компанија **Дунав осигурање** - **акција СВИТАЦ.**
  - Светлећи уређај за обезбеђивање боље видљивости на путевима.
  - 2009. године Компанија ДО је поделила свице свим првацима на територији Србије.
  - Подељено више од 80.000 свитаца свим основним школама у Србији.
  - 22 града: Београд, Врање, Лесковац, Краљево, Крагујевац, Ужице, Косовска Митровица, Нови Пазар, Кикинда, Зрењанин, Панчево, Ваљево, Шабац, Лозница, Јагодина, Крушевац, Чачак, Сомбор, Пожаревац, Зајечар, Ниш, Нови Сад.
  - Учесници: директори школе домаћина, директори окружних школа, представници/начелници школских управа, директори филијала компаније ДО, представници саобраћајне полиције/начелници и ђаци прваци школа домаћина.
- **Вишеструки специјални догађај.**

ЛабОИ

Реализација акиције СВИТАЦ 2009. године

- 16. децембар 2009. године (Београд) - 12. март 2010. године (Нови Сад).



- Неусклађеност са почеком школске године.
- Предуг временски период.
- Нема континуитета ни равномерности.

ЛабОИ

Планирање акције СВИТАЦ за 2010. годину

- Три фазе методологије планирања:
  - Одређивање опсега акције – временски период и градови у којима се спроводи.
  - Координација учесника акције – одредити датуме када су сви учесници доступни.
  - Временски распоред спровођења акције – конкретан временски распоред који обезбеђује континуитет и равномерност.

Период: септембар 2010. – три сценарија:

• током целог месеца (22 радна дана)
• прва пловина септембра,
• друга половина септембра.

Градови: 22 града: Београд, Ваљево, Зајечар, Зрењанин, Јагодина, Звечан, Крагујевац, Крушевац, Ниш, Нови Сад, Пожаревац, Лесковац, Краљево, Косовска Митровица, Нови Пазар, Кикинда, Ранилуг, Панчево, Шабац, Лозница, Чачак и Сомбор.

Град	Расположивост
Ваљево	Петком
Зајечар	Уторком и средом
Зрењанин	Понедељком
Јагодина	Средом и четвртком
Звечан	Петком
Крагујевац	Средом
Крушевац	Средом
Ниш	Понедељком, средом и петком
Нови Сад	Понедељком и уторком
Пожаревац	Средом и четвртком
Лесковац	Средом, четвртком и петком
Краљево	Уторком, четвртком и петком
К. Митровица	Свим радним данима
Нови Пазар	Понедељком и средом
Кикинда	Средом
Ранилуг	Свим радним данима
Панчево	Уторком и четвртком
Шабац	Четвртком
Лозница	Свим радним данима
Чачак	Понедељком, средом и петком
Сомбор	Средом

ЛабОИ

Временски распоред спровођења акције

- *n* – број дана,
- *k* – број градова,
- *r* – жељени размак између два догађаја: $r = \begin{Bmatrix} \left\lfloor \dfrac{n-1}{k-1} \right\rfloor & \text{za } n > k \\ 0 & \text{za } n \le k \end{Bmatrix}$
- D_i – скуп дана када може спровести акција у граду *i,*
- термин спровођења акције у граду *i,* $y_i \in D_i,\ i = 1,\dots,k$
- Услов континуитета: једнак временски размак између две акције. $\left| y_i - y_j \right| \ge r,\ \ i, j = 1,\dots,k,\ i \ne j$

$$\delta_{ij} = \begin{Bmatrix} 1 & \text{ako je} \quad r \le y_i - y_j \le m \\ 0 & \text{ako je} \ -m \le y_i - y_j \le -r \end{Bmatrix}$$

$$y_i - y_j - m \cdot \delta_{ij} + r \cdot (1 - \delta_{ij}) \le 0,\ \ i, j = 1,\dots,k,\ i \ne j$$

$$y_i - y_j - r \cdot \delta_{ij} + m \cdot (1 - \delta_{ij}) \ge 0,\ \ i, j = 1,\dots,k,\ i \ne j$$

$$y_3 \le y_7$$

ЛабОИ

Временски распоред спровођења акције

- Услов равномерности: број акција у једном дану равномеран, односно највише $p = \left\lceil \frac{k}{n} \right\rceil$

$$x_{is} = \begin{cases} 1 & \text{ако се расподела врши у граду } i \ s-\text{тог дана} \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \qquad \sum_{i=1}^{k} x_{is} \le p,\ s \in D$$

- У сваком граду акција се спроводи тачно једампут: $\sum_{s \in D} x_{is} = 1,\ i = 1,\dots,k$
- У сваком граду акција спроводи само у једном од датих термина: $\sum_{s \in D} a_{is} x_{is} = 1,\ i = 1,\dots,k$
- Веза између бинарних и целобројних променљивих: $y_i - \sum_{s \in D} s \cdot x_{is} = 0,\ i = 1,\dots,k$
- Девијационе променљиве: $d_{ij}^{+}, d_{ij}^{-} \ge 0,\ i, j = 1,\dots,k,\ i \ne j, d_s^{+}, d_s^{-} \ge 0,\ s \in D$

Математички модел

$$\min z = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1, j\neq i}^{k} w_{ij}^{-} d_{ij}^{-} + \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1, j\neq i}^{k} w_{ij}^{+} d_{ij}^{+} + \sum_{s\in D} v_s^{+} d_s^{+}$$

s.t.

$$y_i - y_j - (n-1)\cdot\delta_{ij} + r\cdot(1-\delta_{ij}) - d_{ij}^{+} \leq 0,\ \ i, j = 1,\ldots,k,\ i \neq j$$

$$y_i - y_j - r\cdot\delta_{ij} + (n-1)\cdot(1-\delta_{ij}) + d_{ij}^{-} \geq 0,\ \ i, j = 1,\ldots,k,\ i \neq j$$

$$\sum_{i=1}^{k} x_{is} - d_s^{+} + d_s^{-} = p,\ s \in D$$

$$\sum_{s\in D} x_{is} = 1,\ i = 1,\ldots,k$$

$$\sum_{s\in D} a_{is} x_{is} = 1,\ i = 1,\ldots,k$$

$$y_i - \sum_{s\in D} s\cdot x_{is} = 0,\ i = 1,\ldots,k$$

$$y_i \geq 0,\ i = 1,\ldots,k$$

$$\delta_{ij} \in \{0,1\}, i, j = 1,\ldots,k,\ i \neq j$$

$$x_{is} \in \{0,1\},\ i = 1,\ldots,k,\ s \in D$$

$$d_{ij}^{+}, d_{ij}^{-} \geq 0,\ \ i, j = 1,\ldots,k,\ i \neq j$$

$$d_s^{+}, d_s^{-} \geq 0,\ s \in D$$

Решење

- Димензије: 22 термина, 21 град
- 21 целобројна променљива *y*, 462 бинарне променљиве *x* и 462 помоћне променљиве δ, 1009 ограничења.

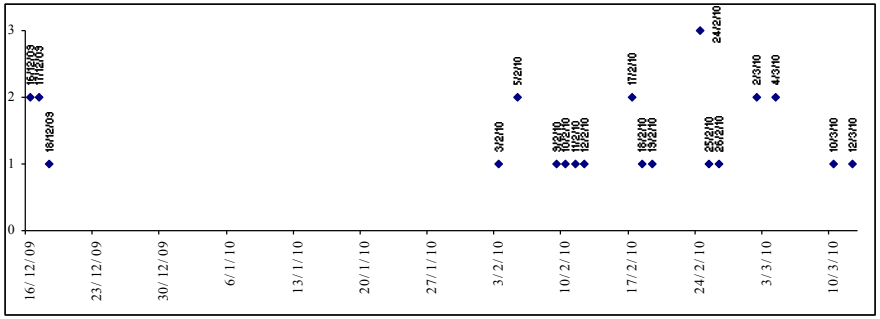
```
param k;          # broj gradova
param n;          # broj dana
set G := 1..k;    # skup gradova
set D := 1..n;    # skup dana

param r, integer, >=0;     # kontinuitet
param p, integer, >=0;     # ravnomernost
param m, integer, >=0;     # max razlika
param a{G,D}, >= 0, <= 1;  # dani u gradovima

var x{G,D}, binary;
var y{G}, integer;
var db{D}, >= 0;           # prebacaj r
var dd{D}, >= 0;           # podbacaj r
var dsb{G,G}, >=0;         # prebacaj p
var dsd{G,G}, >=0;         # podbacaj p
var sig{G,G}, binary;

minimize deviations: (sum{i in G, j in G: i>j} (dsd[i,j]+dsb[i,j])) + (sum{s in D} (dd[s]));
s.t.
   sdrn1   {i in G, j in G: i>j}: (y[i] - y[j]) - m * sig[i,j] + r * (1 - sig[i,j]) - dsb[i,j] <= 0;
   sdrn2   {i in G, j in G: i>j}: (y[i] - y[j]) + m * (1 - sig[i,j]) - r * sig[i,j] + dsd[i,j] >= 0;
   dani    {i in G}: (sum {s in D} (a[i,s] * x[i,s])) = 1;
   dani2   {i in G}: (sum {s in D} (x[i,s])) = 1;
   ravnom  {s in D}: (sum {i in G} (x[i,s])) - db[s] + dd[s] = p;
   veza    {i in G}: y[i] - (sum {s in D} (s * x[i,s])) = 0;

solve;
end;
```

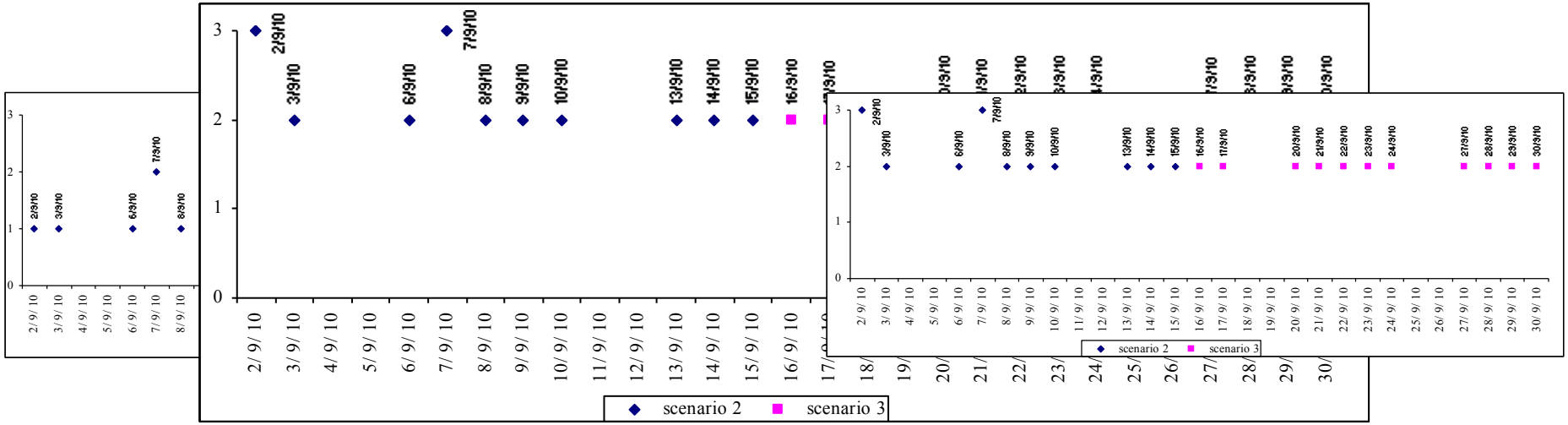
```
data;

param n := 21;
param k := 22;
param r := 1;
param p := 1;
param m := 20;

param a : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 :=
1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0
2 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0
3 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
4 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1
5 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
6 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
7 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
8 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0
9 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0
10 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
11 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1
12 1 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1
13 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1
14 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
15 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0
16 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
17 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
18 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1
19 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
20 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
21 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0
22 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
;
end;
```

ЛабОИ

Решење

- **Период:** септембар 2010. – три сценарија
  - током целог месеца (22 радна дана
  - прва пловина септембра,
  - друга половина септембра.





ЛабОИ

ОПТИМИЗАЦИЈА ДНЕВНОГ ПЛАНИРАЊА ТРГОВИНЕ ЕЛЕКРИЧНОМ ЕНЕРГИЈОМ

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

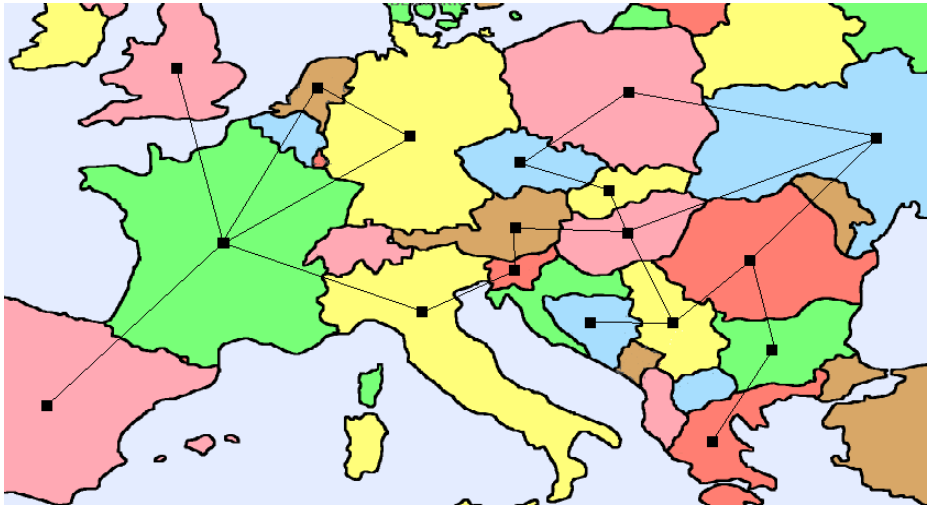
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема

- Компанија за трговину електричном енергијом (КТЕЕ)
- Дугорочно планирање: закуп трансмисионих капацитета на дужи временски период
- Краткорочно планирање (*day ahead*): одређивање количине енергије која ће се купити и продати, и потребних трансмисионих капацитета.



Опис проблема дневног планирања

- Дневна понуда и потражња у сваком чвору (земљи) је позната.
- Неке трговине су већ договорене и оне се морају реализовати.
- Сва ел. енергија купљена у једном дану се мора продати истог дана. Ако постоји вишак, њиме се тргује на берзи.
- Принцип *use it or lose it* за дугорочно закупљене капацитете. Ако се не најаве дан унапред, морају се поново купити.
- Трговина се обавља на аукцији.

Опис проблема дневног планирања

- Предмет аукције су: ел. енергија која се продаје и/или купује и трансмисиони капацитети.
- Аукције су типа *uniform price* .
- У пракси се обично за сваку трговину направи више понуда (*bid*) са различитим количинама и ценама да би се обезбедила и жељена количина и што нижа цена.

Germany to Denmark			Supplied capacity = 180 MW		
Bid no./ player	Bid		Accumulated quantity		Allocated
	MW	DKK/ MW	MW		MW
1: Player A	10.0	200.00	10.0		10.0
2: Player B	20.0	50.00	30.0		20.0
3: Player C	50.0	25.00	80.0		50.0
4: Player B	20.0	22.00	100.0		20.0
5: Player A	50.0	22.00	150.0		50.0
6: Player D	50.0	20.00	225.0		20.0
7: Player E	25.0	20.00	225.0		10.0
8: Player A	30.0	10.00	255.0	Infeas.	0.0
9: Player A	110.0	1.00	365.0	Infeas.	0.0

Формулација модела

$$(\max) Z(x,y,h) = \sum_{i \in B} d_i y_i - \sum_{j \in S} c_j x_j - \sum_{(i,j) \in A} \left(t_{ij} + a_{ij}\right) h_{ij}$$

s.t.

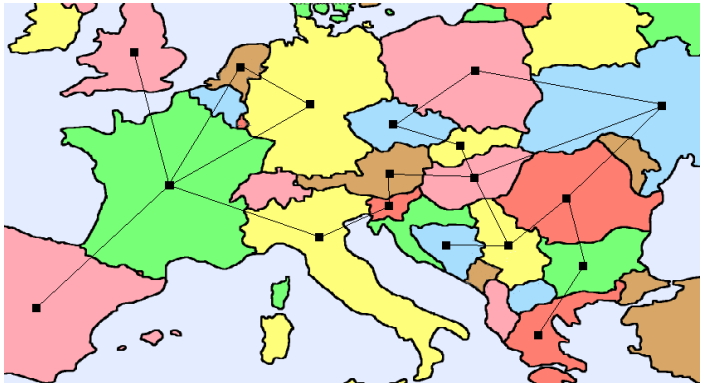
$$\sum_{j \in S} x_j - \sum_{i \in B} y_i = 0$$

$$\sum_{(i,j) \in A} \left(f_{ij} + h_{ij}\right) - \sum_{(j,i) \in A} \left(f_{ji} + h_{ji}\right) = \begin{cases} 0 & j \in N \setminus (S \cup B) \\ -x_j & j \in S \setminus B \\ y_j & j \in B \setminus S \\ y_j - x_j & j \in B \cap S \end{cases}$$

$$sl_j \le x_j \le su_j,\ j \in S$$

$$bl_i \le y_i \le bu_i,\ i \in B$$

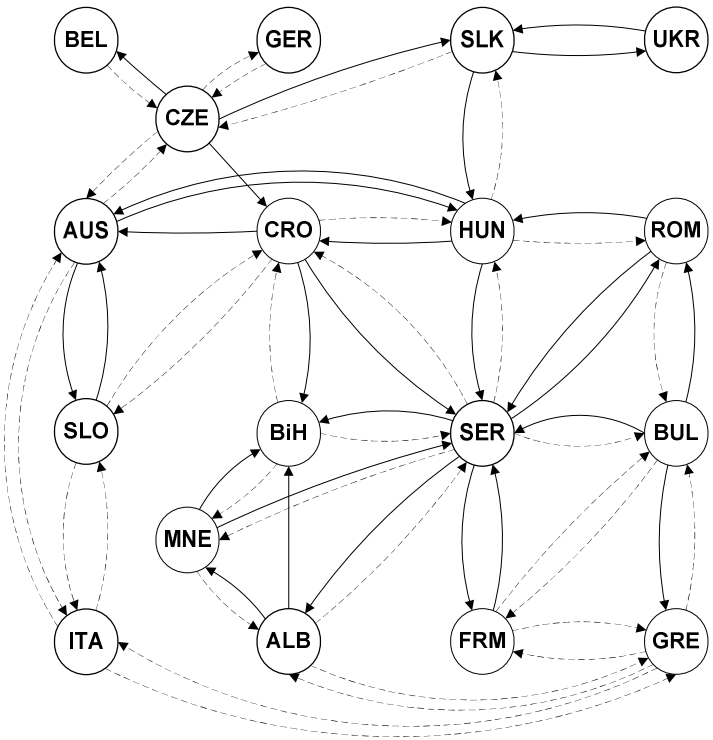
$$0 \le h_{ij} \le hu_{ij},\ (i,j) \in A$$



Математички модел GMPL

```
set N;
set S within N;
set B within N;
set A within {N,N};

param t{A};                     # taksa
param f{A};                     # najavljeni protoci
param hu{(i,j) in A}            # gornja granica dokupa kapaciteta
param a{(i,j) in A}             # cena dokupa kapaciteta
param c{i in S}                 # nabavna cena
param sl{i in S}                # donja granica nabavki
param su{i in S}                # gornja granica nabavki
param d{j in B}                 # prodajna cena
param bl{j in B}                # donja granica prodaje
param bu{j in B}                # gornja granica prodaje

var x{j in S} >=sl[j], <=su[j];
var y{i in B} >=bl[i], <=bu[i];
var h{(i,j) in A} >=0, <=hu[i,j];

maximize profit: sum{i in B} d[i] * y[i] - sum{j in S} c[j] * x[j] - sum{(i,j) in A} (t[i,j] + a[i,j]) * h[i,j];
s.t.
ukupan_protok:
                sum{j in S} x[j] = sum{i in B} y[i];

protok_u_cvoru {j in N}:
                sum{(i,j) in A} (f[i,j] + h[i,j]) - sum{(j,i) in A} (f[j,i] + h[j,i]) =
                if (j in N diff (S union B)) then 0
                else if (j in S diff B) then -x[j]
                else if (j in B diff S) then y[j]
                else y[j] - x[j];
solve;
end;
```

Експерименти



чвор	Оптимална куповина у MWh	Оптимална продаја у MWh
BEL	40	25
GER	70	70
AUS	31	0
SLO	/	5
ITA	36	41
GRE	0	/
CZE	61	0
HUN	0	/
CRO	/	22
BiH	52	49
MNE	/	5
SLK	/	12
SER	46	80
ALB	10	/
FRM	40	3
ROM	/	70
BUL	/	14
UKR	10	/

Трансмисиони капацитети које треба докупити:
45 MWh BEL-CZE,
5 MWh SLO-ITA,
41 MWh GRE-BUL, итд.

Укупна дневна трговина је 396 MWh.

Укупан дневни профит је 34068 €.

Трошкови куповине ел. енергије: 26803 €, трошкови докупа капацитета: 3078 €.

Формирање понуда за аукцију

```
param iter >= 0;    # ukupno iteracija simulacije
param ki >= 0;      # rb. iteracije simulacije
param resfile, symbolic; # fajl sa rezultatima

# donje granice parametara za simulaciju
param huL{A};
param aL{A};
param cL{S};
param slL{S};
param suL{S};
param dL{B};
param blL{B};
param buL{B};

# gornje granice parametara za simulaciju
param huU{A};
param aU{A};
param cU{S};
param slU{S};
param suU{S};
param dU{B};
param blU{B};
param buU{B};

param hu{(i,j) in A} := if iter = 0 then huL[i,j] else huL[i,j] + ((huU[i,j] - huL[i,j]) / iter) * ki;      # gornja granica dokupa kapaciteta
param a{(i,j) in A} := if iter = 0 then aL[i,j] else aL[i,j] + ((aU[i,j] - aL[i,j]) / iter) * ki;          # cena dokupa kapaciteta
param c{i in S} := if iter = 0 then cL[i] else cL[i] + ((cU[i] - cL[i]) / iter) * ki;                      # nabavna cena
param sl{i in S} := if iter = 0 then slL[i] else slL[i] + ((slU[i] - slL[i]) / iter) * ki;                 # donja granica nabavki
param su{i in S} := if iter = 0 then suL[i] else suL[i] + ((suU[i] - suL[i]) / iter) * ki;                 # gornja granica nabavki
param d{j in B} := if iter = 0 then dL[j] else dL[j] + ((dU[j] - dL[j]) / iter) * ki;                      # prodajna cena
param bl{j in B} := if iter = 0 then blL[j] else blL[j] + ((blU[j] - blL[j]) / iter) * ki;                 # donja granica prodaje
param bu{j in B} := if iter = 0 then buL[j] else buL[j] + ((buU[j] - buL[j]) / iter) * ki;                 # gornja granica prodaje
```

Формирање понуда за аукцију

- Куповина ел. енергије из Чешке: укупна понуда 85 MWh, цена 78 € /MWh.
- По оптималном решењу треба купити 61 MWh
- Варирање цене од 75 до 95 € /MWh.

Цена	Оптимална количина	Очекивани профит
75	85	4442
.	.	.
.	.	.
.	.	.
77	85	4272
78	61	4187
79	15	4126
.	.	.
.	.	.
.	.	.
91	15	3946
92	0	3931
93	0	3931

Germany to Denmark			Supplied capacity = 180 MW		
Bid no./ player	Bid		Accumulated quantity		Allocated
	MW	DKK/ MW	MW		MW
1: Player A	10.0	200.00	10.0		10.0
2: Player B	20.0	50.00	30.0		20.0
3: Player C	50.0	25.00	80.0		50.0
4: Player B	20.0	22.00	100.0		20.0
5: Player A	50.0	22.00	150.0		50.0
6: Player D	50.0	20.00	225.0		20.0
7: Player E	25.0	20.00	225.0		10.0
8: Player A	30.0	10.00	255.0	Infeas.	0.0
9: Player A	110.0	1.00	365.0	Infeas.	0.0

Понуда	MWh	€ /MWh	MWh кумулативо	Гарантовани профит
B1	15	79-91	15	4126-3946
B2	46	78	61	4187
B3	24	75-77	85	4442-4272

ЛабОИ

ОПТИМИЗАЦИЈА РАСПОРЕДА ПЕДИЈАТРИЈСКИХ СЕСТАРА У КБЦ ЗВЕЗДАРА

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема

- Мотивација: решавање реалног проблема одређивања месечног распореда педијатријских сестара на одељењу Неонатологије породилишта КБЦ Звездара.
- Рад 24 часа дневно, 7 дана у недељи.
- Рад по сменама (дванаесточасовним и шесточасовним).
- Проблем додељивања смена по којима ће педијатријске сестре радити у току месеца на начин који ће:
  - обезбедити ефикасност рада,
  - уважити индивидуалне жеље сестара.

Опис проблема

Self-rostering

Моделирање:

- Приступ – сестра/дан (*nurse*/*day*)
- Приступ - сестра/шема (*nurse*/*shift pattern*) – проблем покривања скупова

Проблем допустивности

- Генерисање нових шема
- Одређивање броја додатних сестрара које је потребно ангажовати
- Циљно програмирање

Проблем распоређивања на Неонатологији

	dan		noć	dan		noć	dan	noć	dan	noć	dan		noć	dan		noć	dan		noć	dan	noć	dan	noć	. . .
	pr	po		pr	po						pr	po		pr	po									
1	x							x						x						x					. . .
2	x				x			x						x				x			x				. . .
3	x					x								x					x						. . .
4	x			x				x						x			x				x				. . .
5	x			x					x					x			x					x			. . .
6	x			x			x							x			x			x					. . .
7	x					x					x					x						. . .			
8	x			x			x				x			x			x					. . .			

	pre	po	noć	pre	po	noć	pre	po	noć	pre	po	noć	pre	po	noć	. . .
1	1	1							1							. . .
2	1				1				1							. . .
3	1	1				1										. . .
4	1			1					1							. . .
5	1			1						1	1					. . .
6	1			1			1	1								. . .
7	1	1				1							. . .			
8	1			1			1	1					. . .			

- Свака од основних шема може почети од било ког дана циклуса.
- Једна шема у току целог месеца или комбиновање две шеме (не било које две).
- 998 појединачних шема

ЛабОИ

Проблем распоређивања на Неонатологији

- Потребан број педијатријских сестара
  - Жељени и минимални број сестара на одељењу у току дана
  - Жељени и минимални број сестара на одељењу у преподневној смени
  - Присуство искусних педијатријских сестара
- Преференције сестара према шемама
- Одсуствовања педијатријских сестара
  - Годишњи одмори
  - Захтевани слободни дани/смене
- Договорени рад одређених дана (смена)
- Број радних сати у току месеца

ЛабОИ

Проблем распоређивања на Неонатологији

- Слободни дани/смене условљени додељеним шемама
- Тврди услови:
  - први дан у месецу – надовезивање на шему из претходног месеца.
  - последњи дан пред одсуство без ноћне смене.
- Меки услови:
  - нерадна прва два дана у месецу ако је сестра радила у ноћној смени последњег дана претходног месеца;
  - нерадни први дан у месецу ако је сестра радила у дванаесточасовној дневној или послеподневној смени последњег дана претходног месеца;
  - нерадна два дана пред одсуство;
  - нерадни викенд после одсуства, ако се одсуство завршава у петак.

ЛабОИ

Математички модел

$$x_{li} = \begin{cases} 1 & \text{ako } l\text{-ta sestra radi po } i-\text{toj šemi} \\ 0 & \text{u suprotnom} \end{cases}, \qquad l \in N, i \in S$$

d_j^-, d_j^+ – odstupanje od željenog broja sestara u periodu j, $j \in M$

dp_j^-, dp_j^+ – odstupanje od željenog broja sestara u prepodnevnom periodu j, $j \in P$

dz_l – odstupanje od preferenci l – te pedijatrijske sestre prema smenama, $l \in N$

de_l – odstupanje od mekih uslova za l – tu pedijatrijsku sestru, $l \in N$

Математички модел

M – скуп периода ($P \cup Q \cup R = M$)
S – скуп шема
N – скуп педијатријских сестара
I – скуп искусних сестара $I \subset N$

$$\min \; P1 \cdot \sum_{j \in P} dp_j^- + P2 \cdot \sum_{j \in M} d_j^- + P3 \cdot \sum_{l \in N} dz_l + P4 \cdot \sum_{l \in N} de_l$$

p.o.

$$\sum_{i \in S} x_{li} = 1, \; l \in N$$

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in N} b_{lj} \cdot x_{li} \geq q, \; j \in Q \cup R$$

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in N} b_{lj} \cdot x_{li} + d_j^- - d_j^+ = p, \; j \in Q \cup R$$

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in N} b_{lj} \cdot x_{li} \geq pp, \; j \in P$$

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in N} b_{lj} \cdot x_{li} + dp_j^- - dp_j^+ = pi, \; j \in P$$

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in I} b_{lj} \cdot x_{li} \geq 1, j \in M$$

. . .

$$\min \; P1 \cdot \sum_{j \in P} dp_j^- + P2 \cdot \sum_{j \in M} d_j^- + P3 \cdot \sum_{l \in N} dz_l + P4 \cdot \sum_{l \in N} de_l$$

p.o.

$$\sum_{i \in S} x_{li} = 1, \; l \in N$$

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in N} b_{lj} \cdot x_{li} \geq q, \; j \in Q \cup R$$

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in N} b_{lj} \cdot x_{li} + d_j^- - d_j^+ = p, \; j \in Q \cup R$$

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in N} b_{lj} \cdot x_{li} \geq pp, \; j \in P$$

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in N} b_{lj} \cdot x_{li} + dp_j^- - dp_j^+ = pi, \; j \in P$$

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in I} b_{lj} \cdot x_{li} \geq 1, j \in M$$

$$\sum_{i \in S} \Big(\sum_{j \in P} a_{ij} \cdot \frac{b_{lj}}{2} \cdot x_{li} + \sum_{j \in Q} a_{ij} \cdot \frac{b_{lj}}{2} \cdot x_{li} + \sum_{j \in R} a_{ij} \cdot b_{lj} \cdot x_{li} \Big) \geq t_l, \; l \in N$$

$$\sum_{i \in S} w_{li} x_{li} + dz_l = 1, \; l \in N$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot c_{lj} \cdot x_{li} = 0, \quad l \in N$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot e_{lj} \cdot x_{li} - de_l = 0, \quad l \in N$$

$$t_l = \Big(\sum_{j \in P} \frac{b_{lj}}{2} + \sum_{j \in Q} \frac{b_{lj}}{2} + \sum_{j \in R} b_{lj} \Big) \cdot \frac{r}{m}, \; l \in N$$

$$x_{li} \in \{0,1\}, \; l \in N, i \in S$$

$$d_j^- \geq 0, \; d_j^+ \geq 0, \; dp_j^- \geq 0, \; dp_j^+ \geq 0, \; j \in M$$

$$dz_l \geq 0, \; de_l \geq 0, \; l \in N$$

ЛабОИ

Математички модел

M – скуп периода ($P \cup Q \cup R = M$)
S – скуп шема
N – скуп педијатријских сестара
I – скуп искусних сестара $I \subset N$

. . .

$$\sum_{i\in S}\Big(\sum_{j\in P} a_{ij}\cdot\frac{b_{lj}}{2}\cdot x_{li} + \sum_{j\in Q} a_{ij}\cdot\frac{b_{lj}}{2}\cdot x_{li} + \sum_{j\in R} a_{ij}\cdot b_{lj}\cdot x_{li}\Big) \ge t_l,\ \ l\in N$$

$$\sum_{i\in S} w_{li}x_{li} + dz_l = 1,\ l\in N$$

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in M} a_{ij}\cdot c_{lj}\cdot x_{li} = 0,\quad l\in N$$

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in M} a_{ij}\cdot e_{lj}\cdot x_{li} - de_l = 0,\quad l\in N$$

$$t_l = \Big(\sum_{j\in P}\frac{b_{lj}}{2} + \sum_{j\in Q}\frac{b_{lj}}{2} + \sum_{j\in R} b_{lj}\Big)\cdot\frac{r}{m},\ \ l\in N$$

$$x_{li}\in\{0,1\},\ \ l\in N, i\in S$$

$$d_j^- \ge 0,\ \ d_j^+ \ge 0,\ dp_j^- \ge 0,\ dp_j^+ \ge 0,\ \ j\in M$$

$$dz_l \ge 0,\ de_l \ge 0,\ \ l\in N$$

$$\min\ \ P1\cdot\sum_{j\in P} dp_j^- + P2\cdot\sum_{j\in M} d_j^- + P3\cdot\sum_{l\in N} dz_l + P4\cdot\sum_{l\in N} de_l$$

p.o.

$$\sum_{i\in S} x_{li} = 1,\ \ l\in N$$

$$\sum_{i\in S} a_{ij}\sum_{l\in N} b_{lj}\cdot x_{li} \ge q,\ j\in Q\cup R$$

$$\sum_{i\in S} a_{ij}\sum_{l\in N} b_{lj}\cdot x_{li} + d_j^- - d_j^+ = p,\ j\in Q\cup R$$

$$\sum_{i\in S} a_{ij}\sum_{l\in N} b_{lj}\cdot x_{li} \ge pp,\ j\in P$$

$$\sum_{i\in S} a_{ij}\sum_{l\in N} b_{lj}\cdot x_{li} + dp_j^- - dp_j^+ = pi,\ j\in P$$

$$\sum_{i\in S} a_{ij}\sum_{l\in I} b_{lj}\cdot x_{li} \ge 1,\ j\in M$$

$$\sum_{i\in S}\Big(\sum_{j\in P} a_{ij}\cdot\frac{b_{lj}}{2}\cdot x_{li} + \sum_{j\in Q} a_{ij}\cdot\frac{b_{lj}}{2}\cdot x_{li} + \sum_{j\in R} a_{ij}\cdot b_{lj}\cdot x_{li}\Big) \ge t_l,\ \ l\in N$$

$$\sum_{i\in S} w_{li}x_{li} + dz_l = 1,\ l\in N$$

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in M} a_{ij}\cdot c_{lj}\cdot x_{li} = 0,\quad l\in N$$

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in M} a_{ij}\cdot e_{lj}\cdot x_{li} - de_l = 0,\quad l\in N$$

$$t_l = \Big(\sum_{j\in P}\frac{b_{lj}}{2} + \sum_{j\in Q}\frac{b_{lj}}{2} + \sum_{j\in R} b_{lj}\Big)\cdot\frac{r}{m},\ \ l\in N$$

$$x_{li}\in\{0,1\},\ \ l\in N, i\in S$$

$$d_j^- \ge 0,\ \ d_j^+ \ge 0,\ dp_j^- \ge 0,\ dp_j^+ \ge 0,\ \ j\in M$$

$$dz_l \ge 0,\ de_l \ge 0,\ \ l\in N$$

Примена

- Одељење Неонатологије КБЦ Звездара, одсеци интензивне неге и Baby friendly (22 педијатријске сестре).

- Јун 2013:
  - 12 педијатријских сестара, пет са искуством.
  - У сваком периоду: минимално две сестре на одељењу, пожељно три (највећи приоритет дат преподневним периодима), најмање једна од искусних сестара.
  - 30 радних дана, 90 периода.
  - Сестре које су целог месеца на одељењу – 144 сата месечно, остале пропорционално присуству.
  - Преференције сестара према шемама одређене су анкетирањем.

Pedijatrijska sestra	Odsustvo
Vasiljević	6-9. jun
Milenković	6-9. jun i 5 radnih dana godišnjeg odmora od 10. juna
Hrnjak	12 radnih dana starog godišnjeg odmora od 13. juna
Dušić	1-7. jun - stari godišnji odmor
Fotak	1-6. jun - stari godišnji odmor
Blagojević	6-9. jun
Sokolov	28. juna slobodan dan ili samo prepodnevna smena
Tanasijević	od 17. juna - godišnji odmor

ЛабОИ

Примена

- GNU Linear Programming Kit (GLPK).
- Модел за јун је решен егзактно за 1,6 секунди.
- Решење:
  - Присуство три педијатријске сестре на одељењу: 25 преподневна, 12 послеподневних и 9 ноћних периода.
  - Преференције према шемама: три сестре добиле преференцију 0,5 и једна 0,25.
  - Меки услови: за две педијатријске сестре испуњени у потпуности, за четири сестре није испуњен ниједан, за три педијатријске сестре услови делимично испуњени.
- Јун 2013 – до данас.

Примена

- Примена хеуристике у решавању.
- Други приступ моделирању проблема.

- Укључивање услова о отпустима беба.
- Укључивање специфичности других одељења.
- Окружење прилагођено главним сестрама.

РАСПОРЕЂИВАЊЕ ЛЕКАРА ПО ДИСЛОЦИРАНИМ АМБУЛАНТАМА

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

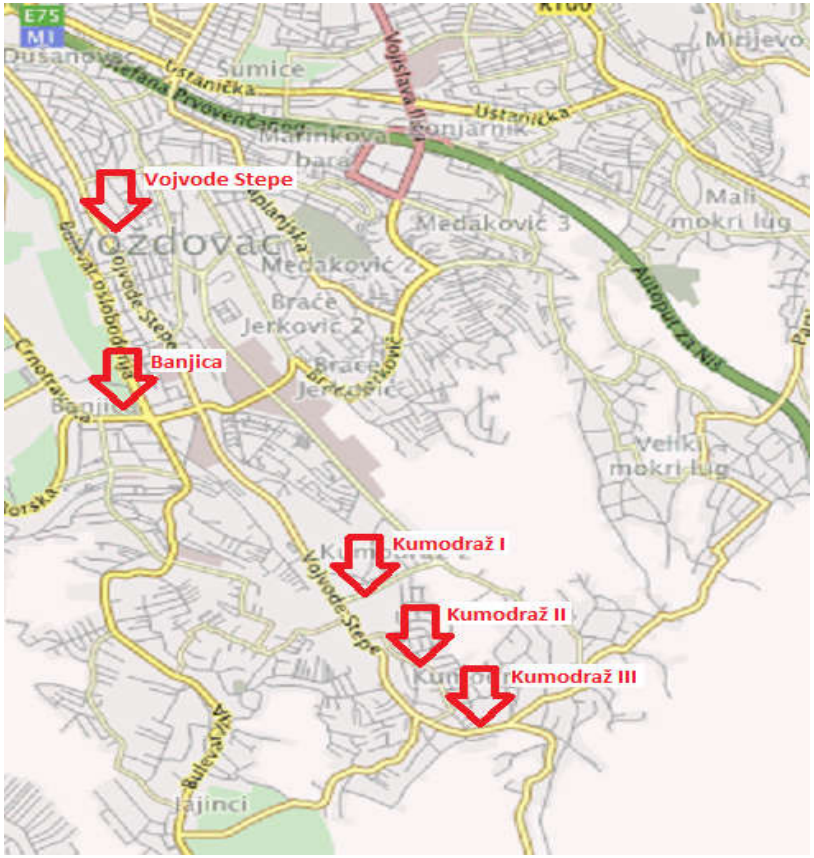
ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема

- Мотивација: решавање реалног проблема одређивања месечног распореда лекара Дома здравља Вождовац.
- Пет амбуланти.
- Рад у две смене.
- Максимални број лекара по амбулантама и сменама – ординације.
- Минимални број лекара по амбулантама и сменама.
- Преференције лекара: присуство – одсуство, базна амбуланта, специјализације, становање.



ЛабОИ

Математички модел

$$\min \sum_{l \in N} dz_l$$

п.о.

$$\sum_{i \in S} x_{li} = 1,\ l \in L$$

Тачно једна шема

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in M} a_{ij} \cdot b_{lj} \cdot x_{il} = 2, l \in L$$

Присутност

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in L} b_{lj} \cdot x_{li} \geq q_j, j \in M$$

Минимални број

$$\sum_{i \in S} a_{ij} \sum_{l \in L} b_{lj} \cdot x_{li} \leq p_j, j \in M$$

Максимални број

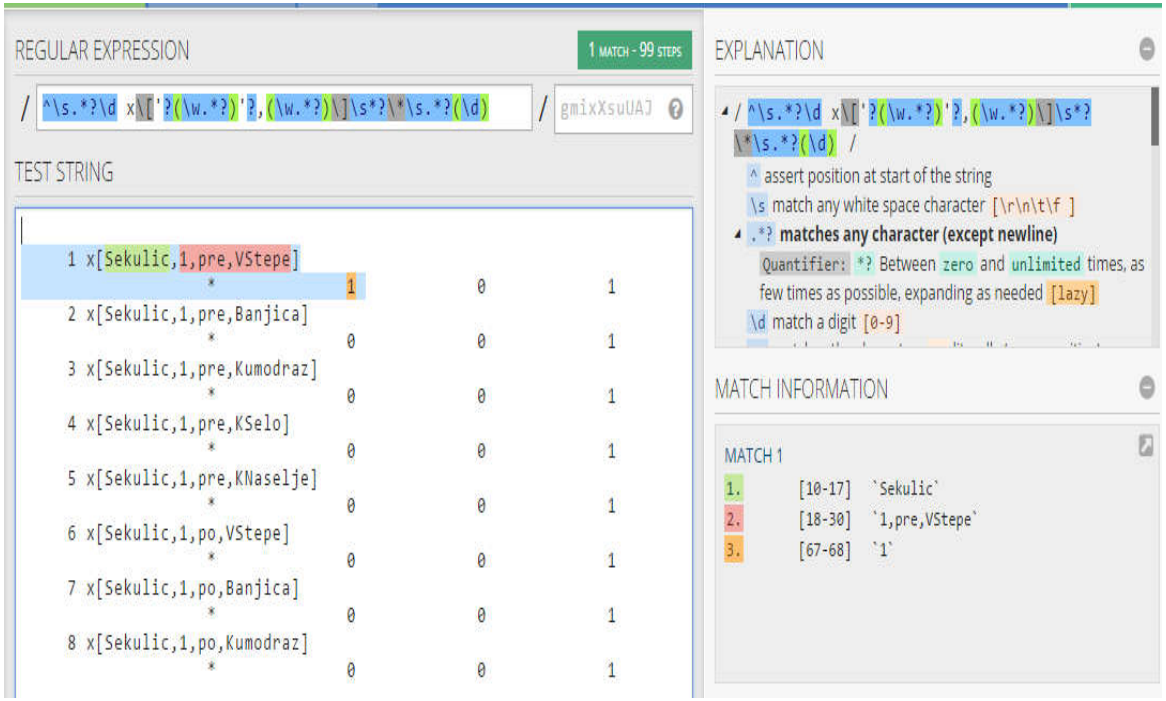
$$\sum_{i \in S} w_{li} x_{li} + dz_l = 1,\ l \in L$$

Преференције

ЛабОИ

Приказ решења

Sekulic 1,pre,VStepe
Sekulic 2,pre,VStepe
Sekulic 3,pre,Vstepe
...
Kalat 1,pre,VStepe
Kalat 2,pre,VStepe
Kalat 3,pre,Vstepe
...
Graovac 18,po,KIII
Graovac 19,pre,KIII
Graovac 20,po,KIII



ОПТИМИЗАЦИЈА РАСПОРЕДА ОПЕРАТЕРА У КОМЕРЦИЈАЛНОЈ БАНЦИ АД БЕОГРАД

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема

- Распоређивање оператера у служби подршке контакт центра Комерцијалне банке АД Београд.

- Контакт центар (*Call Centar*) – сервис за пружање информација клијентима (информације о услугама, решавању проблема техничке природе или приговора).
- Контакт: телефоном, имејлом, факсом или преко друштвених мрежа.
- Оператери у контакт центрима банака доступни су више сати у току дана (и до 24 сата сваког дана у години).

Опис проблема

- Претходно одређен потребан број оператера:
  - Контакт телефоном: критеријум 80/20, 80% клијената не треба да чека дуже од 20 секунди да би се оператер јавио на позив.
  - Контакт имејлом: број контаката који треба да буде обрађен, време одзива, просечно време потребно за израду једног имејла.

Опис проблема

- Контакт центар Комерцијалне банке ад Београд.
- Два основна канала комуникације: телефон и поруке (имејлови, јавне и приватне поруке путем Фејсбука и Твитера).
- Запослено 11 оператера (9 активних).

Опис проблема

- Одређивање распореда оператера по сменама.
- Месечно планирање распореда.
- Карактеристике проблема:
  - Организација рада службе.
  - Вештине оператера.
  - Преференције оператера.

Опис проблема

- Организација рада службе
  - Радно време - 40 сати седмично:
    - Преподневна смена: радним данима од 8 до 16 часова.
    - Послеподневна смена: радним данима од 13 до 20 часова и суботом од 10 до 15 часова.
  - Један оператер не може да ради послеподне две узастопне седмице.
  - Оператери примају позиве и одговарају на поруке .
  - У свакој смени присутни:
    - претходно утврђен број оператера,
    - задати број вођа смене (бар један),
    - бар један оператер који говори енглески језик.

Опис проблема

- Вештине оператера
  - Вође смена;
  - Енглески језик.

- Преференције оператера
  - Целодневна или вишедневна одсуствовања;
  - Одсуствовања по сменама.

Математички модел

$$\min \sum_{j\in N} dv_{sj}^{-} + \sum_{j\in N} dv_{sj}^{+}$$

$$\sum_{s\in S} x_{ijs} = b_{ij},\ i\in I,\ j\in N$$

$$\sum_{i\in I} b_{ij} x_{ijs} \geq o_s,\ s\in S,\ j\in N$$

$$\sum_{i\in V} b_{ij} x_{ijs} - dv_{sj}^{-} + dv_{sj}^{+} = v_s,\ s\in S,\ j\in N$$

$$\sum_{i\in V} b_{ij} x_{ijs} \geq 1,\ s\in S,\ j\in N$$

$$x_{ij-12} + x_{ij2} \leq 1,\ s\in S,\ j\in N$$

$$\sum_{i\in E} b_{ij} x_{ijs} \geq 1,\ s\in S,\ j\in N$$

$$x_{ijs} c_{ijs} = 0,\ i\in I,\ s\in S,\ j\in N$$

$$x_{ijs} \in \{0,1\},\ dv_{sj}^{-} \geq 0,\ dv_{sj}^{+} \geq 0,\ i\in I,\ j\in N,\ s\in S$$

$$x_{ijs} = \begin{cases} 0, & ako\ i-ti\ operater\ radi\ u\ s-toj\ smeni\ j-te\ nedelje \\ 1, & u\ suprotnom \end{cases}$$

$$b_{ij} = \begin{cases} 0, & ako\ je\ i-ti\ operater\ odsutan\ u\ toku\ j-te\ nedelje \\ 1, & u\ suprotnom \end{cases}$$

$$c_{ijs} = \begin{cases} 1, & ako\ i-ti\ operater\ j-te\ nedelje\ ne\ treba\ da\ radi\ s-tu\ smenu \\ 0, & u\ suprotnom \end{cases}$$

радни дани

Време	Потребан број радника за позиве	Потребан број радника за имејлове	Укупно потребан број радника
8h	3	1	4
9h	3	1	4
10h	4	1	5
11h	3	1	4
12h	3	1	4
13h	3	1	4
14h	3	1	4
15h	3	1	4
16h	3	1	4
17h	2	1	3
18h	2	1	3
19h	2	1	3

субота

Време	Потребан број радника за позиве	Потребан број радника за имејлове	Укупно потребан број радника
10h	3	1	4
11h	3	1	4
12h	2	1	3
13h	2	1	3
14h	2	1	3

Послови / Оператери	Клијенти српски	Клијенти енглески	Запослени у банци	Имејлови	Вођа смене
Цвијић				x	
Шећеров	x	x	x	x	x
Ердељан	x	x	x	x	x
Јокић	x		x	x	x
Ковачевић	x	x	x	x	x
Шумановић	x	x	x	x	
Златанов	x	x	x	x	
Чаровић	x	x	x	x	
Станојевић	x		x	x	
Обрадовић	x	x	x	x	
Настић	x	x	x	x	

септембар 2014

Smene po nedeljama	1.12-6.12.	8.12-13.12.	15.12-20.12.	22.12-27.12.	29.12-3.1
I smena 8h-16h	**Šećerov**	**Šećerov**	**Šećerov**	**Šećerov**	**Šećerov**
	Erdeljan	**Jokić**	**Erdeljan**	**Jokić**	**Erdeljan**
	Jokić	**Kovačević**	**Kovačević**	**Kovačević**	**Jokić**
	Šumanović	Zlatanov	Šumanović	Šumanović	Šumanović
	Stanojević	Čarović	Čarović	Zlatanov	Čarović
	Obradović	Obradović	Stanojević	Obradović	Stanojević
	Cvijić	*Cvijić*	*Cvijić*	*Cvijić*	*Cvijić*
II smena 13h-20h Subotom 10h-15h	**Kovačević**	**Erdeljan**	**Jokić**	**Erdeljan**	**Kovačević**
	Zlatanov	Šumanović	Zlatanov	Čarović	Zlatanov
	Čarović	Stanojević	Obradović	Stanojević	Obradović

ЛабОИ

ОПТИМИЗАЦИЈА РАСПОРЕДА ПАЛЕТА У СКЛАДИШТУ

- RAUCH -

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

Опис проблема

- Почетак XX века, Franc Jozef Rauch у Rankweilu у Аустрији.

- 2007. године – фабрика у Коцељеви

ЛабОИ

Опис проблема

- 4 производне линије:
  - PET линија - 24 различита укуса,
  - TetraRex линија - 24 различита укуса,
  - TBA 9 линија - 18 различитих укуса,
  - SIG Combibloc линија - 19 различитих укуса.
- Пет врста амбалаже.
- 170 различитих производа.

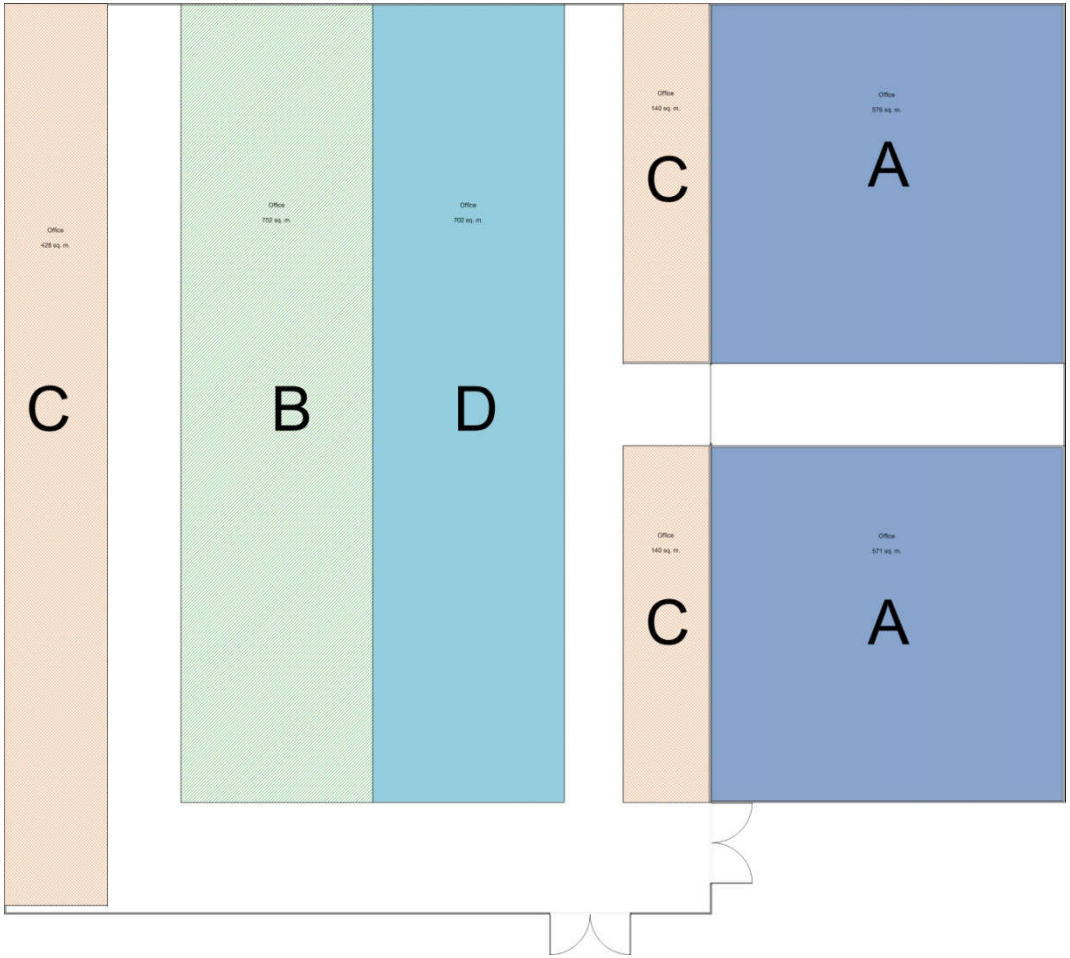
ЛабОИ

Опис проблема

- Проблем складиштења готових производа.

ЛабОИ

Опис проблема



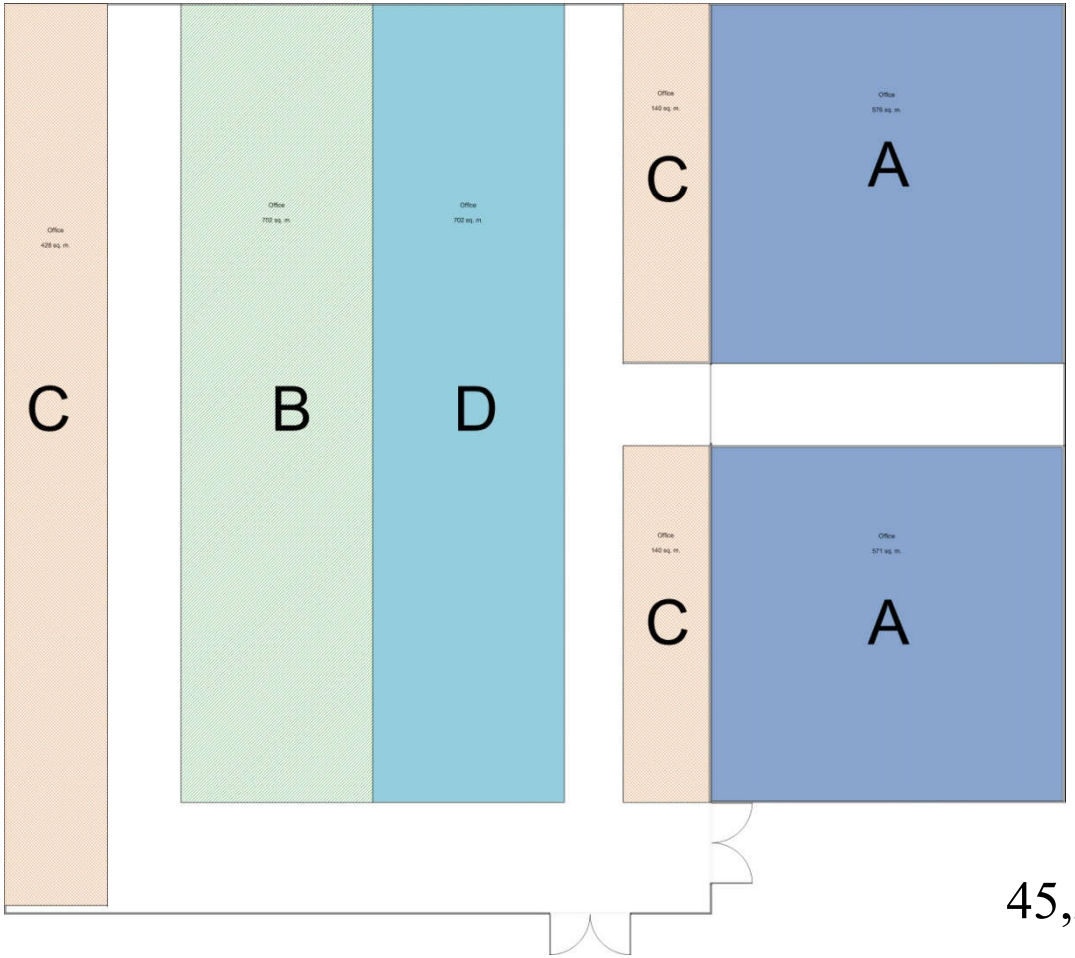
Палетна места:
A – 60 палета * 32 палетна места
B – 30 палета * 45 палетних места
C – 18 палета * 62 палетна места
D – 14 палета * 139 палетних места

ЛабОИ

Математички модел

```
set N;     #  skup proizvoda
set M;     #  skup tipova paletnih mesta

param a{N}, integer, >=0;       #broj paleta po proizvodima
param q{M}, integer, >=0;       #kapacitet j-te vrste paletnog mesta
param b{M}, integer, >=0;       #broj paletnih mesta j-tog tipa
param p{N}, integer, >=0;       #broj slobodnih paleta po proizvodima
param v, integer, >=0;                  #važnost viška
param r, integer, >=0;                  #važnost rupe

var x{N,M}, integer, >=0;    #broj paletnih mesta j-tog tipa na koje će biti stavljen i-ti proizvod
var visak{N}, >=0;             #višak neraspoređenih paleta i-tog proizvoda
var rupa{N}, >=0;              #broj nepopunjenih paleta i-tim proizvodom

minimize f: (sum{i in N} (visak[i]+rupa[i]));
s.t.
        proizvodi   {i in N}: ((sum {j in M} (q[j]*x[i,j]))+visak[i]-rupa[i]) = max(a[i]-p[i],0);
        paletna_mesta   {j in M}: (sum {i in N} (x[i,j]))<=b[j];
solve;
end;
```

Сценарио 1

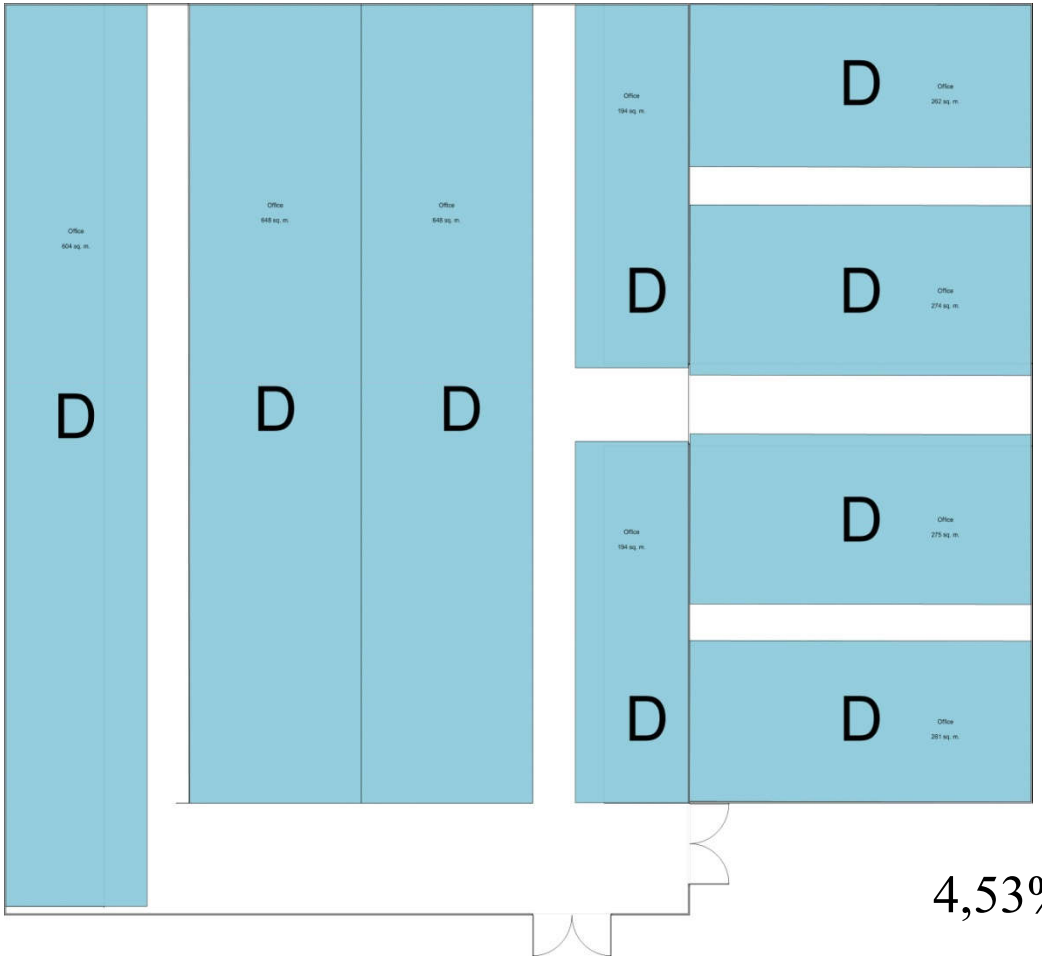


Палетна места:
A – 60 палета * 32 палетна места
B – 30 палета * 45 палетних места
C – 18 палета * 62 палетна места
D – 14 палета * 139 палетних места

45,25% палета није ускладиштено

ЛабОИ

Сценарио 2



Палетна места:
D – 14 палета * 795 палетних места

4,53% палета није ускладиштено

ЛабОИ

Преглед примене ОИ у решавању реалних проблема

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ОПЕРАЦИОНА ИСТРАЖИВАЊА “ЈОВАН ПЕТРИЋ”

ФАКУЛТЕТ ОРГАНИЗАЦИОНИХ НАУКА

БЕОГРАД

ЛабОИ

ЛабОИ