

MERENJE EFIKASNOSTI POSLOVNIH SISTEMA

5/9/2018

Gordana Savić, Milan Martić

2

Procedura primene DEA metode

Procedura primene Dea metode

3

1. Definisanje i izbor DMU.
2. Određivanje ulaznih i izlaznih faktora.
3. Izbor adekvatnog DEA modela.
4. Rešavanje DEA modela, analiza i tumačenje rezultata.

Izbor jedinica odlučivanja

4

▣ OSOBINE

- Homogenost
- Pozitivnost
- *Izotonost*
- Broj DMU ($n > (m+s)*3$)
 - *Veliki broj ulaza i izlaza može smanjiti diskriminacionu moć*

Izbor jedinica odlučivanja

5

▣ Postupak za redukcija liste faktora:

1. na osnovu mišljenja stručnjaka u oblasti poslovanja posmatranih DMU,
2. kvantitativnim analizama koje nisu zasnovane na DEA
 - korelaciona i
 - multivarijaciona analiza
3. analizom početnih DEA rezultata.

Izbor DEA modela

6

- ❑ prinos na obim sa kojim posluju;
- ❑ da li im je lakše da smanje ulaze ili da povećaju izlaze;
- ❑ da li postoje egzogeno fiksirani izlazi i/ili ulazi;
- ❑ da li neki ulazni i izlazni faktori izražavaju samo prisustvo ili odsustvo neke osobine;
- ❑ da li su svi ulazni i izlazni faktori podjednako značajni;
- ❑ da li je potrebno rangirati efikasne DMU
- ❑ da li postoje zajednički resursi
- ❑ da li se analiziraju interni procesi...

Analiza DEA rezultata

7

1. raspodela virtuelnih ulaza i izlaza,
2. referentne (uzorne) jedinice za neefikasne jedinice,
3. matrica unakrsne efikasnosti,
4. praćenje promena efikasnosti tokom vremena,
5. procena preraspodele resursa između jedinica,
6. ciljni ulazi i izlazi za neefikasne jedinice.

Procedura primene - preporuka

8

- Rešiti osnovni DEA model (CCR)
- Analizirati diskriminacionu i korelacionu analizu podatka (izbaciti zavisne kriterijume)
- Rešiti model sa ocenom efikasnosti (izbaciti *outlier-e*)
- Rešiti izabrani modifikovani model
- Analizirati rezultate
- Rešiti model sa panel podacima
- Analizirati i impelentirati model
-

Softver za DEA

9

- ◆ IDEAS - Univerzitet Masačusets, 1989
(IDEAS 6 Professional)
- ◆ Warwick Windows DEA
- ◆ EMS – Efficiency Measurement System (Sheel)
- ◆ DEA solver software (Zue)
- ◆

Softver za DEA

10

□ Softver za DEA treba da se sastoji od sledeća četiri modula:

1. Upravljanje podacima
 2. Izbor modela
 3. Rekurzivno rešavanje LP zadatka
 4. Generisanje izveštaja
-
- ◆ EMS – Efficiency Measurement System (Sheel)
 - ◆ DEA solver software (Zue)

11

Praktična primena

DEA solver software LV

Priprema podataka

12

1. Definirati DMU i ulaze i izlaze za primer dat u fajlu vezba.xls
 2. Ispitati:
 - Pozitivnost
 - Izotonost
 - Korelisanost
 - Ispunjenost uslova $(n > (m+s)*3)$
- Vratiti se na korak 1 i definisati konačnu bazu za analizu efikasnosti

Priprema podataka

13

- (format podataka u .xls*)
- Sheet: **data** (naziv nije važan)
- **Matrica** (tabela)

DMU	(I) Input	...	(I) Input Non-discretionary	(O) Output	...	(I) Output Non-discretionary
DMU1						
DMU2						
...						
DMUn						

Izbor DEA modela

14

- ❑ prinos na obim sa kojim posluju;
- ❑ da li im je lakše da smanje ulaze ili da povećaju izlaze;
- ❑ da li postoje egzogeno fiksirani izlazi i/ili ulazi;
- ❑ da li neki ulazni i izlazni faktori izražavaju samo prisustvo ili odsustvo neke osobine;
- ❑ da li su svi ulazni i izlazni faktori podjednako značajni;
- ❑ da li je potrebno rangirati efikasne DMU
- ❑ da li postoje zajednički resursi
- ❑ da li se analiziraju interni procesi...

CCR DEA model (CRS pretpostavka)

Ulazna orijentacija

$$\max h_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}}$$

p.o

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_1, \dots, u_s \geq 0, \quad v_1, \dots, v_m \geq 0,$$

Osnovni CCR DEA model (CRS model)

16

$$(Max)h_k = \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}$$

p.o

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$v_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Osnovni CCR DEA model (CRS model)

17

$$(Max)h_k = \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}$$

p.o

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$v_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m$$



$$u_r, \quad r = 1, \dots, s$$

$$v_i, \quad i = 1, \dots, m$$

$$h_k$$

n-puta

Dualni CCR DEA model (CRS model)

$$(Min) Z_k - \varepsilon \left(\sum_{r=1}^s s_r^+ + \sum_{i=1}^m s_i^- \right)$$

p.o

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot y_{rj} - s_r^+ = y_{rk}, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$Z_k \cdot x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0; \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad r = 1, 2, \dots, s, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$



$$\lambda_j, \quad j = 1, \dots, n$$

$$s_r^+, \quad r = 1, \dots, s$$

$$s_i^-, \quad i = 1, \dots, m$$

$$Z_k$$

n-puta

Ciljane vrednosti

19

$$x_{ik}'' = Z_k^* x_{ik} - s_i^{-*}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$y_{rk}'' = y_{rk} + s_r^{+*}, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$x_{ik}'' = \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$y_{rk}'' = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

Primalni CCR DEA model

$$(Max)h_k = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rk}$$

p.o

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$v_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Primalni BCC DEA model (VRS)

Varijabilni prinos na obim

21

$$(Max) h_k = \sum_{r=1}^s u_r y_{rk} + u_*$$

p.o

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + u_* \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$u_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Primalni BCC DEA model (VRS)

Varijabilni prinos na obim

22

$$(Max) h_k = \sum_{r=1}^s u_r y_{rk} + u_*$$

p.o

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + u_* \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$u_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

u_* – neograničeno

Dualni CCR DEA model (CRS model)

23

$$(Min) Z_k - \varepsilon \left(\sum_{r=1}^s s_r^+ + \sum_{i=1}^m s_i^- \right)$$

p.o

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot y_{rj} - s_r^+ = y_{rk}, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$Z_k \cdot x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0; \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad r = 1, 2, \dots, s, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

Dualni BCC DEA model (VRS)

Varijabilni prinos na obim

$$(Min) Z_k - \varepsilon \left(\sum_{r=1}^s s_r^+ + \sum_{i=1}^m s_i^- \right)$$

p.o

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot y_{rj} - s_r^+ = y_{rk}, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$Z_k \cdot x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0; \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad r = 1, 2, \dots, s, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

Osnovne razlike CRS i VRS modela

VRS skor efikasnosti \geq CRS skor efikasnosti

$$\text{Efikasnost obima (scale efficiency)} = \frac{\text{ukupna tehnička efikasnost (CRS)}}{\text{čista tehnička efikasnost (VRS)}}$$

U ulazno orijentisanom DEA modelu cilj je da se minimizira ulaz za postojeći nivo izlaza.

U izlazno orijentisanom modelu cilj je da se maksimizira izlaz pri zadatom nivou ulaza.

Rešenja koja daju ulazno i izlazno orijentisani CCR modeli su međusobno povezana.

Izlazno orijentisani DEA modeli

VRS DEA model (VRS pretpostavka)

Ulazna orijentacija

$$\max h_k = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk} + u_*$$

p.o

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + u_*}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_1, \dots, u_s \geq 0, \quad v_1, \dots, v_m \geq 0,$$

u_* — neograničeno

VRS DEA model (VRS pretpostavka)

Izlazna orijentacija

$$\min h_k = \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + u_*}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rk}}$$

p.o

$$\frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + u_*}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}} \geq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_1, \dots, u_s \geq 0, \quad v_1, \dots, v_m \geq 0,$$

u_* – neograničeno

Izlazno orijentisani

Osnovni VRS DEA model

$$\min h_k = \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} + u_*$$

p.o

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rk} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + u_* \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$u_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Dualni VRS DEA model – Izlazno orijentisani model

30

$$(Max) Z_k + \varepsilon \left(\sum_{r=1}^s s_r^+ + \sum_{i=1}^m s_i^- \right)$$

p.o

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ik} + s_+^- = x_{ik}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$-Z_k \cdot y_{rk} + \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + s_r^+ = 0, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

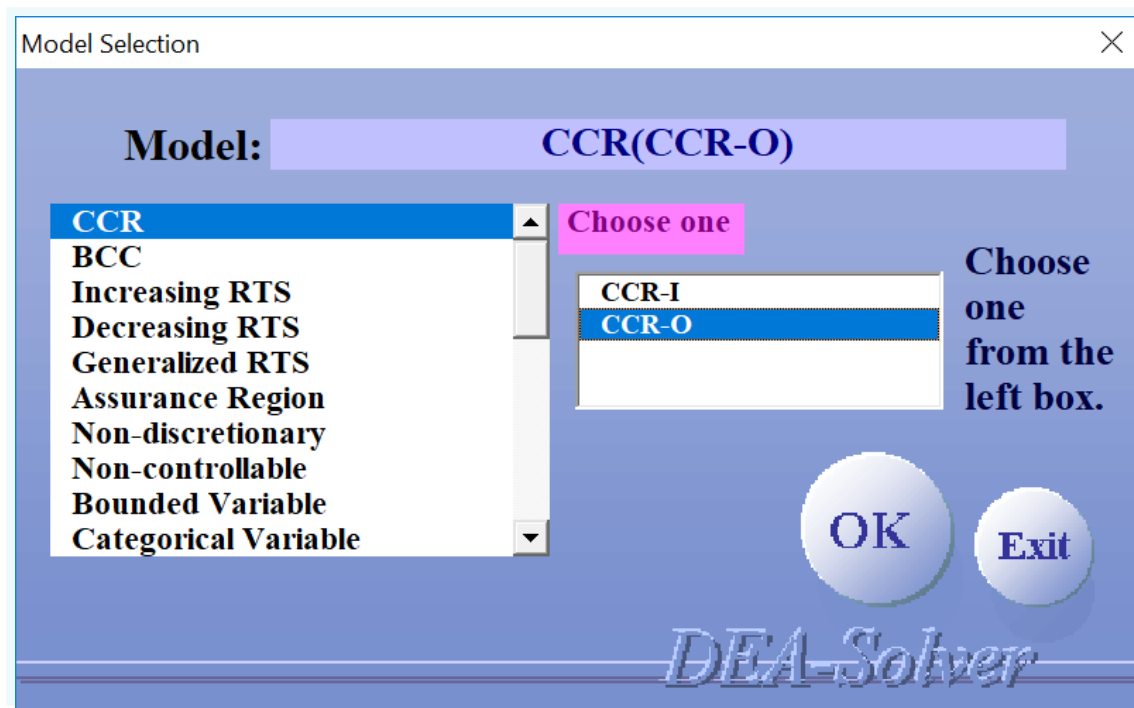
$$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0; \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad r = 1, 2, \dots, s, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

Izbor DEA modela

(DEA solver software LV)

31

- *DEA-SOLVER-LV8(2014-1-18) / run*
- *Npr. CRS Izlazno orijentisani*



32

DEA Model= CCR-O

Choose your data sheet.
 If the active sheet in the screen is a part of
 your sheet, click OK button.
 Sheet Name = Sheet1
 Otherwise click Another Sheet button.

Back Another Sheet? OK Exit

DEA-Solver

33

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
4	DEA model = DEA-Solver LV8.0/ CCR(CCR-O)								
5	Problem = DMU								
6	No. of DMUs = 10								
7	Returns to Scale = Constant ($0 \leq \text{Sum of Lambda} < \text{Infinity}$)								
8	No. of Input items = 3								
9	Input(1) = Prosečna cena m ² (€)								
10	Input(2) = Prosečna cena rentiranja (€)								
11	Input(3) = Potrošačka korpa (RSD)								
12	No. of Output items = 2								
13	Output(1) = Prosečan broj lekara								
14	Output(2) = Prosečan prihod (RSD)								
15									
16	Statistics on Input/Output Data								
17		Prosečna	Prosečna	Potrošačk	Prosečan	Prosečan	prihod (RSD)		
18	Max	1500	580	45000	4.94	54291			
19	Min	400	100	26700	1.96	34534			
20	Average	860	253	34770	3.37	42838.9			
21	SD	309.677	126.02	6384.36	0.83768	5127.62			
22	Correlation								
23		Prosečna	Prosečna	Potrošačk	Prosečan	Prosečan	prihod (RSD)		
24	Prosečna	1	0.0556	0.58814	0.08789	0.98281			
25	Prosečna	0.0556	1	0.47068	-0.33828	0.17286			
26	Potrošačk	0.58814	0.47068	1	0.09761	0.66954			
27	Prosečan	0.08789	-0.33828	0.09761	1	0.01916			
28	Prosečan	0.98281	0.17286	0.66954	0.01916	1			
29									
30									
31	No. of Efficient DMUs = 4								
32	No. of Inefficient DMUs = 6								
33									

Rezultati

Indeks
efikasnosti

Rang

Uzorne
DMU_i (λ_i)

34

136									
1									
2	Model = CCR-O			Workbook Name = C:\Users\Korisnik\Dropbox\Master 2017-2018\W					
3									
4	No.	DMU	Score	Rank		Reference(Lambda)			
5	1	Novi sad	0.835	8	Pančevo	0.355	Valjevo	1.066	
6	2	Čačak	1	1	Čačak	1			
7	3	Kragujeva	0.7206	10	Valjevo	1.015	Vranje	0.603	
8	4	Niš	0.8632	7	Čačak	0.776	Valjevo	0.502	
9	5	Pančevo	1	1	Pančevo	1			
10	6	Valjevo	1	1	Valjevo	1			
11	7	Požareva	0.8908	6	Vranje	1.25			
12	8	Beograd	0.8223	9	Čačak	0.545	Valjevo	1.091	
13	9	Vranje	1	1	Vranje	1			
14	10	Gornji Mila	0.9539	5	Čačak	0.364	Valjevo	0.727	
15									
16									
17		Average	0.9086						
18		Max	1						
19		Min	0.7206						
20		St Dev	0.0978						
21									
Slack Projection Graph2 Graph1 Rank WeightedData Weight Score Summary									
Ready 100%									

Izravnavajuće
promenljive

Ciljane
vrednosti

Rang

Virtuelni
ulaz i izlaz

Težinski
koeficijent

Softver DEA-Solver

35

- Primeri za primenu svih vrsta modela se nalaze u folderu Sample-DEA-Solver-LV(V8)

Softver EMS

Priprema podataka

37

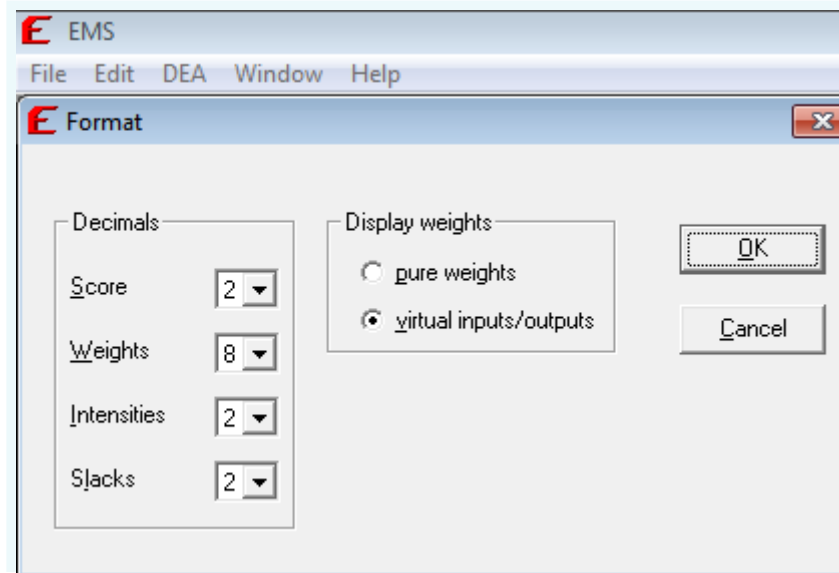
- (format podataka u .xls*)
- Sheet: **data**
- **Matrica (tabela)**

DMU	{I} Input	...	{IN} Input Non-discretionary	{O} Output	...	{ON} Output Non-discretionary
DMU1						
DMU2						
...						
DMUn						

Podešavanje parametara i učitavanje podataka (EMS)

38

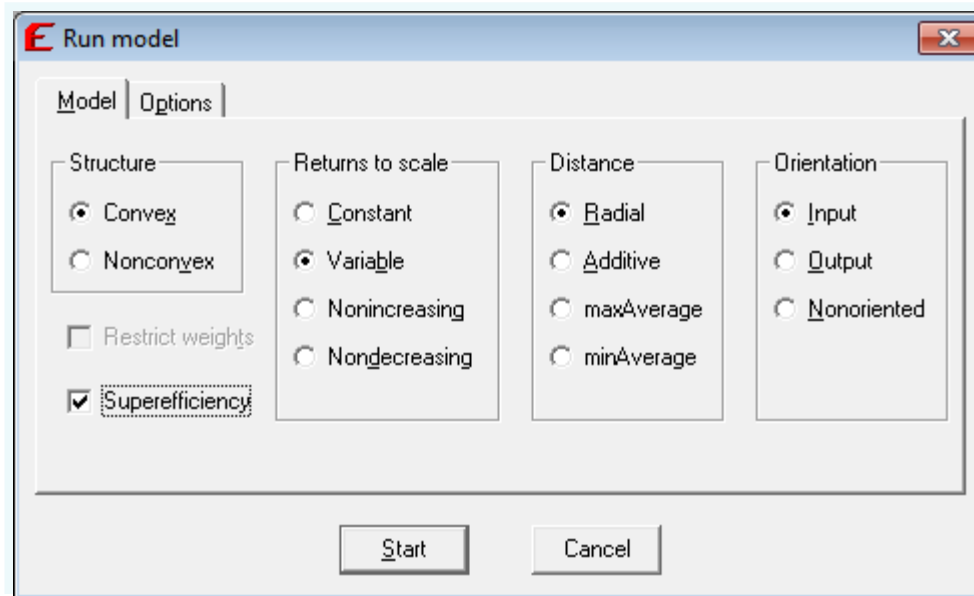
- *File/Load data*
- Podešavanje parametara analize



Izbor modela i izvršavanje

39

- Npr. DEA model (CRS Superefficiency)



- *Edit/copy all* → *Excel*

Tumačenje rezultata

40



DMU	Score	$\{I\}$ Input 1 $\{W\}$	$\{I\}$ Input 2 $\{V\}$	$\{O\}$ Output $\{W\}$	Benchmarks	$\{S\}$ $\{I\}$ Input 1	$\{S\}$ $\{I\}$ Input 2	$\{S\}$ $\{O\}$ Output
1 DMU1	83.50%	0	0	0.0316	5 (0.30) 6 (0.89)	428.91	30.8	0

Priprema podataka

41

- Regioni sigurnosti I i regioni sigurnosti II
- (format podataka u .xls)
- Sheet: **Weights**
- **Matrica (tabela)**

DMU	{I} Input 1	{I} Input 2	{O} Output 1	{O} Output2
Ogr 1 ($u_1/u_1 \geq 2$)	1	-2	0	0
Ogr2 ($u_1/v_1 \geq 2$)	1	0	-1	0
...				

Dopunska pitanja:

42

- Varijabilni prinos na obim (VRS)
- Vrsta prinosa (CRS, IRS, DRS)
- Neradijalne granice efikasnosti
- Ciljane vrednosti
- Superefikasnost (*outlier*)